<u>10 класс</u>

1. Известно, что сутки на Земле увеличиваются на 2 мс за 100 лет. Как далеко от нас отстоит та эпоха, в которой юлианский календарь был максимально точен (т.е. год юлианского календаря наиболее близок к тропическому году)? В 1900 году продолжительность тропического года была равна 31556926 секунд или 365,242199 суток.

<u>Ответ.</u>

Продолжительность года юлианского календаря равна 365,25 суток. (2балла)

В 1900 году продолжительность тропического года была на 0, 007801 суток меньше. (2 балла)

Поскольку продолжительность суток непрерывно увеличивается, то в году их становится меньше, а значит, юлианский календарь был справедлив в прошлом. Определим, как давно. Разнице в 0,007801 суток соответствует примерно 674 секунды 1900 года (так называемая эфемеридная секунда). (2 балла)

*Это время должно "набежать" за 674*100/0,002=33700320 лет ≈ 33.7 млн лет . Это примерно соответствует времени появления на нашей планете первых человекообразных обезьян. (2балла)*

2. На краю диска Солнца обнаружен протуберанец, угловой размер которого равен 1'. Оцените его линейные размеры.

<u>Ответ.</u>

Известно, что угловой размер Солнца на небесной сфере составляет примерно 30 '(2 балла).

Так как он достаточно мал, то линейные размеры деталей диска Солнца можно считать пропорциональными их угловым размерам. (4 балла)

Поэтому размер протуберанца составляет примерно1/30 диаметра Солнца, т.е. 1390000/30 км= 4633.км≈50тысч км. (2 балла)

3. Можно ли наблюдать Луну за сутки до солнечного затмения? А за сутки до лунного? Ответ обосновать.

<u>Ответ.</u>

Затмения бывают тогда, когда Солнце, Земля и Луна находятся на одной прямой. (2 балла рисунок приветствуется)

Перед солнечным затмением Луна не успеет дойти до линии Земля - Солнце. Но при этом за сутки будет вблизи неё. (2 балла)

Эта фаза соответствует новолунию, когда Луна обращена к Земле тёмной стороной, и к тому же теряется в лучах Солнца - поэтому не видна. (2 балла)

За сутки перед лунным затмением Луна не успевает дойти до линии Солнце - Земля. В это время она находится в фазе полнолуния, и поэтому не видна. (2 балла)

4. В скоплении галактик 100 карликовых эллиптических галактик и одна гигантская эллиптическая галактика. Какую абсолютную звездную величину имеет гигантская галактика, если все карликовые галактики светят так же, как она одна, и абсолютная звездная величина каждой из них $M = -16^m$?

Ответ.

По условию суммарная светимость 100 карликовых галактик равна светимости одной гигантской галактики, поэтому светимость одной карликовой галактики в 100 раз меньше светимости гигантской. (2балла)

Известно, что изменение светимости в 100 раз соответствует изменению абсолютной звездной величины на 5 единиц.(2 балла)

Поэтому абсолютная звездная величина гигантской галактики $M = -16^m - 5^m = -21^m$. (4 балл)

5. Некоторая планета наблюдается с Земли. Ее синодический период в 3 раза больше, чем сидерический. На каком минимальном расстоянии может проходить эта планета от Земли? Орбиты планет считать круговыми.

Ответ.

Запишем формулу для синодического периода. Так как не сказано какая планета — внутренняя или внешняя, мы обязаны рассмотреть два случая (4 балла):

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_П} - \frac{1}{T_З} \quad \text{и} \quad S = 3T_П \quad (1)$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_З} - \frac{1}{T_П} \quad \text{и} \quad S = 3T_п \quad (2)$$

где S – синодический период, Тп – сидерический период обращения планеты, Тз – сидерический период обращения Земли.

$$\frac{1}{3T_П} = \frac{1}{T_П} - \frac{1}{T_З} \text{ и } \frac{1}{3T_П} = \frac{1}{T_З} - \frac{1}{T_П}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{T_П}{T_З} \quad \text{и} \quad \frac{4}{3} = \frac{T_П}{T_З}$$

Подставим значения синодических периодов в оба случая, и запишем третий закон Кеплера (2 балла)

$$\frac{T_П^2}{T_З^2} = \frac{a_П^3}{a_З^3}, \text{следовательно} - \frac{T_П^2}{T_З^2} = \frac{a_П^3}{a_З^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ и } \frac{T_П^2}{T_З^2} = \frac{a_П^3}{a_З^3} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$a_{\Pi} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} \approx 0{,}76\ \text{а. е.} \ \text{ и } \ a_{\Pi} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3} \approx 1{,}21\ \text{а. е.}$$

Таким образом, минимальное расстояние до Земли будет 0.21 а.е. (планета внешняя) (2 балла).

6. Космонавт прилетел на астероид, имеющий форму шара, и обошел его по экватору за полтора часа. Оцените массу астероида, если известно, что средняя плотность астероида меньше средней плотности Земли, а космонавт передвигался со средней скоростью пешехода.

Ответ.

Допустим, что средняя скорость пешехода υ= 1,5 м/с. Так как длина экватора астероида радиуса R равна $2\pi R$, то отсюда следует, что радиус астероида

$R = \frac{vT}{2\pi} = 1.3$, км (2 балла)

где T- время, за которое астероид был обойден.

Тем самым мы знаем объем астероида и, умножив его на плотность, можем получить массу. Однако нам известно лишь то, что плотность астероида меньше плотности Земли (т.е. меньше 5500 кг/м³), и поэтому пока что мы можем получить лишь верхнюю оценку массы. Требуется как-то оценить плотность снизу.

Астероид маленький и его масса явно невелика. Поэтому обход пешком такого астероида возможен только в том случае, если скорость пешехода не окажется большей, чем первая космическая скорость (иначе пешеход просто улетит). Отсюда следует, что

$v \lesssim \sqrt{\frac{GM}{R}}$,где M- масса астероида, а G- гравитационная постоянная. Преобразуем неравенство: $\frac{2\pi R}{T} \lesssim \sqrt{\frac{GM}{R}}$,

$$\frac{2\pi}{T} \lesssim \sqrt{\frac{GM}{R^3}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{3}GM}{\frac{4}{3}\pi R^3}} = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho},$$

где ρ- средняя плотность астероида. Возводя неравенство в квадрат и преобразуя, получаем условие на плотность $\rho = 3\pi/|GT^2$, ρ= 4830 кг/м³ (4 балла)

Теперь "вилка" для плотности оказывается достаточно узкой. Подсчитывая массу для минимального и максимального значения плотности, получаем $M=4\pi R^3\rho/3$

$M_{\min} = 4{,}4 \cdot 10^{13}; M_{\max} = 5 \cdot 10^{13}$ (2 балла)

Отсюда ответ: масса астероида составляет $(4{,}7 \pm 0{,}3) \cdot 10^{13} \text{кг}$ кг.