Всероссийская олимпиада школьников
II (муниципальный) этап
Астрономия, 2019 год
11 классы
Критерии проверки
Все задания по 8 баллов

Задание 1 (8 баллов)

Спутник вращается вокруг Земли в плоскости экватора. При каком минимальной высоте орбиты он никогда не попадёт в Земную тень

Решение:
Угол наклона оси вращения Земли к плоскости эклиптики составляет $23°26'21{,}45'' \approx 23.44°$. Земная тень проходит на максимальном удалении от неё в плоскости в которой лежат Солнце и ось вращения Земли. При этом формируется прямоугольный треугольник в котором один катет равен радиусу Земли, противолежащий угол равен 23.44°, а гипотенуза и есть нужный нам радиус орбиты спутника. Таким образом

$$R_s = R_{\text{Земли}} cos(23.44^0) \approx 6943\text{км},$$

то есть высота $h = 6943 - 6378 \approx 565$ км

Ориентировочные критерии оценивания:

Эскиз или корректное описание геометрии задачи	2 балла
Составление уравнения для высоты	4 балла
Окончательный числовой расчёт	2 балла
ИТОГО	**8 баллов**

Задание 2 (8 баллов)

Светодиодная лампа мощность 20 Ватт имеет КПД 25%. Найти с какого расстояния она будет иметь такую же яркость как звезда шестой звёздной величины

Решение:
Такая лампа излучает в качестве света $W_l = \eta W = 0.25 \cdot 20 = 5\,\text{Вт}$. Будем считать что излучение идёт во все стороны равномерного. Световая мощность излучения Солнца $W_s = 3{,}88 \cdot 10^{26}\,\text{Вт}$, а его видимая звёздная величина с расстояния $L_s = 149{,}6 \cdot 10^9\,\text{м}$ составляет $M_s = -26{,}8^m$. Это позволяет нам рассчитать звёздную величину лампочки с расстояния в 1 а.е.:

$$M_l = M_s - 2{,}5 \cdot log_{10}\left(\frac{W_l}{W_s}\right) \approx -26{,}8 - 2{,}5 \cdot log_{10}\left(\frac{5}{3{,}88 \cdot 10^{26}}\right) \approx 37{,}9^m$$

Вычислим теперь с какого расстояния звёздная величина лампочки станет равна 6:

$$M_l - M = -2{,}5 log_{10}\left(\frac{W_l}{W_l/L^2}\right) = -5 log_{10}(L)$$

$$L = 10^{\frac{M - M_l}{5}} \approx 10^{\frac{6-37{,}9}{5}} \approx 10^{-6{,}38}\text{а.е.} \approx 10^{-6{,}38} \cdot 149{,}6 \cdot 10^9 \approx 61660\text{м} \approx 61{,}7\text{км}$$

Ориентировочные критерии оценивания:

Расчёт мощности излучения лампочки	1 балл
Расчёт звёздной величины лампочки на каком-либо расстоянии	3 балла
Вывод формулы для расстояния	3 балла
Окончательный числовой расчёт	1 балл
ИТОГО	**8 баллов**

Задание 3 (8 баллов)

На каком минимальном расстоянии от северного полюса существует точка в которой в момент весеннего равноденствия нельзя увидеть даже краешек Солнца

Решение:

В день равноденствия на полюсе ровно половина солнечного диска находится над линией горизонта и ровно половина под. Таким образом для того что бы перестать видеть Солнце мы должны сместиться в противоположную от него сторону на количество градусов равное угловому радиусу Солнца. Угловой радиус Солнца равен

$$r = arctan\left(\frac{r_{\text{Солнца}}}{R_{\text{Солнца}}}\right) \approx \frac{r_{\text{Солнца}}}{R_{\text{Солнца}}} \approx 0{,}0046 \approx 0,266^0$$

Окружность земного шара это примерно 40000 км и это 360º. Соответственно, ответ

$$L = \frac{0{,}266}{360} \cdot 40000 \approx 29{,}55\text{км}$$

Ориентировочные критерии оценивания:

Эскиз или корректное описание геометрии задачи	2 балла
Расчёт географической широты	3 балла
Вывод формулы для расстояния	2 балла
Окончательный числовой расчёт	1 балл
ИТОГО	**8 баллов**

Задание 4 (8 баллов)

Задание

На спутнике установлен ионный двигатель, обеспечивающий постоянное ускорение в a=0,001 м/с². Сколько оборотов потребуется такому спутнику что бы перейти с круговой орбиты высотой 200 километров на круговую орбиту высотой 300 километров. Сопротивлением атмосферы пренебречь.

Решение:

Потенциальная энергия спутника массы m на круговой орбите радиуса R

$$E_p = -G\frac{mM}{R}$$

его скорость можно найти из соотношения

$$\frac{V^2}{R} = G\frac{M}{R^2}$$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

а значит его кинетическая энергия

$$E_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{GmM}{2R}$$

а полная энергия

$$E_0 = \frac{-GmM}{2R}$$

Мы можем приближённо считать что длинна одного оборота остаётся неизменной. За один оборот двигатель совершит работу $A = 2\pi R \cdot F$то есть его орбита поднимется примерно на

$$\frac{-GmM}{2(R+\Delta R)} + \frac{GmM}{2R} = 2\pi Rma$$

$$-2GmMR + 2GmMR + 2GmM\Delta R = 8\pi R^2(R+\Delta R)am$$

$$\Delta R = \frac{4\pi a R^3}{GM - 4\pi a R^2} \approx \frac{4\pi a R^3}{GM} \approx 8128\text{м} \approx 8{,}1\text{км}$$

Соответственно подъём на 200 км потребует $N = \frac{100}{8.1} \approx 12{,}3$ оборота

Ориентировочные критерии оценивания:

Эскиз или корректное описание геометрии задачи	1 балл
Расчёт изменения высоты за один оборот	6 баллов
Вывод формулы и окончательный числовой расчёт	1 балл
ИТОГО	**8 баллов**

Задание 5 (8 баллов)

Астероид двигаясь по орбит вокруг Солнца в результате столкновения с другим астероидом развалился на 2 части, причём обе части продолжили двигаться в том же направлении. Через 20 лет эти части столкнулись При этом первая часть успела сделать 4 оборота вокруг Солнца, а вторая 5. Первый обломок при этом на 3 обороте пролетел на расстоянии 1 миллион километров от Земли. Найти перигелий второго обломка. Гравитационным воздействием вследствие сближения с Землёй пренебречь.

Решение:

Период обращения вокруг Солнца первого обломка равен $T_1 = 5$лет, а второго $T_2 = 4$года. По 3 закону Кеплера большая полуось первого (сравниваем с Землёй)

$$\frac{T_1^2}{T_E^2} = \frac{a_1^3}{1}$$

$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_E^2}} \approx \sqrt[3]{5^2} \approx 2{,}92\text{а.е.}$$

Второго

$$a_2 = \sqrt[3]{\frac{T_2^2}{T_E^2}} \approx \sqrt[3]{4^2} \approx 2{,}52\text{а.е.}$$

Перигелий первого обломка примерно равен 1 а.е. - 1 млн км достаточно мало, что бы мы могли пренебречь разницей, значит его афелий составляет

$$L = 2 \cdot 2{,}92 - 1 \approx 4{,}85\text{а.е.}$$

Но части двигались по эллиптическим орбитам с разными периодами, то есть такое столкновение могло произойти только в точке первого столкновения причём эта точка должна являться афелием для них обеих.

Значит перигелий второй части

$$L_2 = 2 \cdot a_2 - L = 2 \cdot 2{,}52 - 4{,}85 \approx 0{,}19\text{а.е.}$$

Ориентировочные критерии оценивания:

Указание на то что точка столкновения будет являть афелием	2 балла
Расчёт больших полуосей	2 балла
Расчёт афелия второго обломка	3 балла
Окончательный числовой расчёт	1 балл
ИТОГО	**8 баллов**

Задание 6 (8 баллов)

Задание

Данный снимок был сделан камерой установленной на космическом аппарате Deep Space Climate Observatory (DSCOVR) . Оценить, на каком расстоянии от центра Земли он в этот момент находился.

Решение:

Так как Луна видна на фоне Земли можно считать что Земля, Луна и спутник расположены на одной прямой. Примем расстояние от центра Земли до спутника за $l_1 = x$, тогда расстояние от него до Луны меньше на радиус лунной орбиты $l_2 = x - R_m$. Видимый диаметр, а значит и радиус Луны на фотографии относится к видимому радиусу Земли как $k \approx 0{,}37$. Эта цифра определяется непосредственным измерением по фотографии. Значит прямоугольные треугольники составленные из расстояний до Луны и Земли, а так же радиуса Луны и Радиуса проекции Луны на Землю подобны

$$\frac{x - R_m}{x} = \frac{r_m}{kr_E}$$

$$x = \frac{kr_E}{kr_E - r_m} R_m \approx \frac{0{,}37 \cdot 6378}{0{,}37 \cdot 6378 - 1738} 384000 \approx 1459000\text{км}$$

<u>Ориентировочные критерии оценивания:</u>

Корректный рисунок или корректное описание геометрии задачи, указание на подобие треугольников	2 балла
Более-менее корректная оценка коэффициента k	2 балла
Вывод формулы для высоты	2 балла
Окончательный числовой расчёт	2 балла
ИТОГО	**8 баллов**