**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по астрономии, 2019 г.**

**11 класс**

**РЕШЕНИЯ**

**1.** *11 ноября 2019 года произойдёт редкое астрономическое явление – прохождение Меркурия по диску Солнца. К сожалению, в Йошкар-Оле начало явления (15ч 36м по московскому времени) будет происходить практически во время захода Солнца. К тому же увидеть на диске Солнца Меркурий из-за малости его угловых размеров можно только с помощью телескопа, который обязательно, во избежание повреждения глаз, нужно оснастить специальным солнечным фильтром. Либо можно спроецировать изображение Солнца на экран.*

*Вычислите угловой диаметр Меркурия и определите, какое минимальное увеличение необходимо применить, чтобы увидеть его диск на фоне Солнца.*

*Воспользуйтесь следующими данными: большая полуось орбиты Меркурия $a_M = 0{,}387$ а.е., радиус Меркурия $R_M = 2440$ км, разрешающая способность глаза 1′.*

Прохождение по диску Солнца случается, когда Меркурий в нижнем соединении. Расстояние от Земли до Меркурия в это время

$$r = 1\ а.е - 0{,}387\ а.е. = 0{,}613\ а.е = 91{,}7\ \text{млн. км.}$$

$D_M = r \cdot \frac{\delta_M''}{206265''}$ , где $D_M = 2R_M = 4880$ км - диаметр Меркурия. Значит, угловой диаметр Меркурия составляет

$$\delta_M'' = \frac{D_M \cdot 206265''}{r} = \frac{4880\ км \cdot 206265''}{91{,}7 \cdot 10^6 км} \approx \mathbf{11}''.$$

Т.к. разрешающая способность глаза 1′=60″, минимальное необходимое увеличение:

$$G = \frac{60''}{11''} \approx \mathbf{5{,}5^X}$$

**2.** *Долгое время астероиды считались осколками некой доисторической планеты Фаэтон. Объясните, почему эта гипотеза отвергнута в настоящее время.*

Суммарная масса всех астероидов в 1000 раз меньше массы Земли, их недостаточно для планеты.

**3.** *Концентрация звёзд в шаровом скоплении равна 10 пк$^{-3}$. Сколько звёзд там можно увидеть глазом на ночном небе? Считать, что все звёзды похожи на Солнце.*

Обозначим концентрацию звёзд$n=10$ пк$^{-3}$. Абсолютную звёздную величину Солнца (и всех звёзд скопления) будем считать равной $M=5^m$. Невооружённым глазом можно увидеть звёзды до $m=6^m$.

$$M = m + 5 - 5lgr$$

Вычислим расстояние, до которого можно невооружённым глазом увидеть звёзды:

$$r = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{6-5+5}{5}} = 10^{6/5} \approx 15{,}85 \text{ пк}$$

Количество звёзд, видимых невооружённым глазом соответствует количеству звёзд внутри сферы радиусом r:

$$N = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot n = N = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (15{,}85\ \text{пк})^3 \cdot 10\ \text{пк}^{-3} \approx 167\ 000\ \text{звёзд}.$$

**4.** *Две звезды солнечной массы обращаются вокруг общего центра масс за 25 суток. Третья звезда, также похожая на Солнце, удалена от этой пары на расстояние в 100 раз больше, чем расстояние между первыми двумя звёздами. Каков период обращения третьей звезды? (Масса Солнца $2\cdot10^{30}$ кг).*

Расстояние между двумя звёздами в тесной паре определяется из обобщённого III закона Кеплера:

$\frac{T^2\cdot 2M}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{G\cdot T^2\cdot 2M}{4\pi^2}} = 3{,}16\cdot10^{10}$ м $\approx 0{,}21$ а.е.

Здесь $M$– масса Солнца, $T$=25 сут. – период обращения звёзд. Третья звезда обращается на расстоянии $b=316\cdot10^{10}$ м = 21 а.е. от данной пары. Период её обращения можно также найти по IIIзакону Кеплера, однако при этом нужно учесть, что суммарная масса системы составляет уже 3 массы Солнца:

$\frac{t^2\cdot 3M}{b^3} = \frac{4\pi^2}{G} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4\pi^2 b^3}{G\cdot 3M}} = 1{,}764\cdot10^9$с$\approx$**55,9лет**.

----------------------

Ещё проще вычислить, если знать, что сумма масс звёзд в двойной системе в массах Солнца

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3_{[а.е.]}}{T^2_{[годы]}}$$

Для первой системы: $2 = \frac{a^3}{T^2} \Rightarrow a = \sqrt[3]{2T^2} = \sqrt[3]{2\cdot(\frac{25сут}{365сут})^2}$ =0,21 а.е.

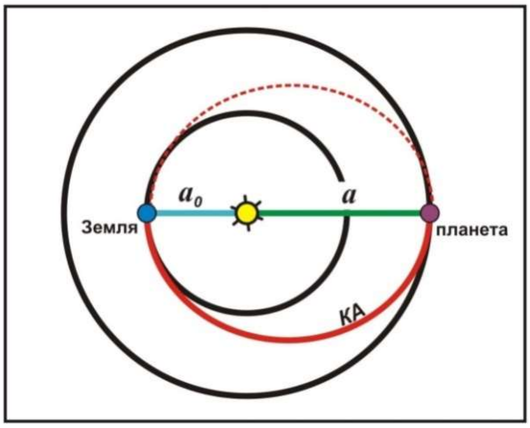
Для второй системы: $b = 21\ а.е.\ 3 = \frac{a^3}{t^2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{a^3}{3}} = \sqrt{\frac{(21\ а.е.)^3}{3}}$$\approx$**55,9 лет**.

**5.** *Звезда α Центавра А похожа на Солнце, находится в 4,3 светового года от нас и имеет звёздную величину 0ᵐ. Какова была бы звёздная величина этой звезды, находись она в центре нашей планетной системы вместо Солнца?*

Пусть $m_0 = 0^m$ и $r_0 = 4{,}3\,св.года = 1{,}32\,пк$ – видимая звёздная величина α Центавра А и расстояние до неё. Если поместить эту звезду в центр Солнечной системы на расстояние $r = 1\,а.е. = {}^1/_{206265}\,пк$, то её звёздная величина станет равна:

$$m = m_0 + 5\lg\frac{r}{r_0} = 0^m + 5\lg\frac{1}{1{,}32\cdot 206265} \approx \mathbf{-27{,}2^m}$$

**6.** *Полёт космического аппарата с Земли к некоторой планете по оптимальной (гомановской полуэллиптической) траектории занял 6 лет. Что это за планета?*




Обозначим $t = 6\,лет$ – время полёта по полуэллипсу, тогда период обращения по полному эллипсу составит $2t$. Используя III закон Кеплера, вычислим большую полуось орбиты космического аппарата:

$$a_{КА} = \sqrt[3]{(2t)^2} = 5{,}24\,а.е.$$

С другой стороны

$$a_{КА} = \frac{a_0 + a}{2}$$

Где $a_0$ и $a$ – радиусы орбит Земли и планеты. Т.о., радиус (большая полуось) орбиты планеты:

$$a = 2a_{КА} - a_0 = 2\cdot 5{,}24 - 1 = \mathbf{9{,}48\,а.е.}$$

Примерно такую большую полуось орбиты имеет планета **Сатурн**.