

## 11 класс

### Максимальное количество баллов за олимпиаду в 10 классе 45

**1. Условие.** В течение года склонение Солнца меняется от  $+23.5^{\circ}$  до  $-23.5^{\circ}$ . Определите, в пределах каких широт Солнце хотя бы раз в году бывает в зените. Где оно может вообще не восходить?

**1. Решение.** В момент верхней кульминации  $h_{\odot} = 90^{\circ} - \varphi + \delta$ . Условие прохождения через зенит  $h_{\odot} = 90^{\circ}$ , где  $h_{\odot}$  - высота объекта в верхней кульминации. Отсюда следует, что в зените должно выполняться равенство  $\varphi = \delta$ , так что Солнце бывает в зените в пределах широт  $-23.5^{\circ} \leq \varphi \leq +23.5^{\circ}$  - зона тропиков. Условие того, что светило не взойдет  $h_{\odot} < 0$ . Поэтому в день зимнего солнцестояния, когда  $\delta = -23.5^{\circ}$ , на широтах  $\varphi \geq -66.5^{\circ}$  за полярным кругом Солнце не восходит и наступает полярная ночь.

**1. Система оценивания.** Максимальное количество баллов за решение данной задачи - 8. Указание формулы, связывающей высоту светила в верхней кульминации, широту места наблюдения и склонение оценивается в 3 балла. Условие прохождения через зенит оценивается в 1 балл. Установление широт, на которых возможно наблюдение Солнца в зените, оценивается в 1 балл. Условие того, что светило не взойдет, и определение широт, на которых это возможно, оценивается в 3 балла.

**2. Условие.** Видимый с Земли угловой радиус Солнца, измеренный в начале января, максимален и равен  $\alpha = 16'17''$ , а в начале июля минимален и равен  $\beta = 15'45''$ . Вычислите эксцентриситет земной орбиты, перигелийное и афелийное расстояния от Земли до Солнца. На сколько километров мы ближе к Солнцу зимой, чем летом?

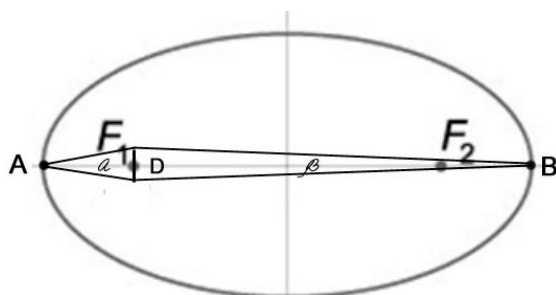


Рисунок 1. Взаимное расположение Солнца и Земли. Угловой диаметр Солнца обозначен  $D$ .  
 В точке А Земля находится в перигелии, в точке В Земля находится в афелии.

**2. Решение.** Эксцентриситетом называют отношение половины расстояния между фокусами эллипса  $F_1F_2$  к его большой оси:  $e = F_1F_2/2a$ ,  $a$  – большая полуось орбиты.

Пусть  $R$  линейный радиус Солнца, тогда

$$AB = AF_1 + BF_1 = \frac{R}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{R}{\operatorname{tg}\beta}$$

$$F_1F_2 = AB - 2AF_1 = \frac{R}{\operatorname{tg}\beta} - \frac{R}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$e = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} = 0.016$$

$$\text{Афелийное расстояние } Q = a(1+e) = \frac{R \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} = 1.016 \text{ a.e.}$$

Перигелийное расстояние

$$q = a(1-e) = \frac{R \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} = 0.983 \text{ a.e.}$$

$$Q - q \approx 5 \text{ млн км}$$

Таким образом, зимой мы ближе к Солнцу на 5 млн км.

**2. Система оценивания.** Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Нахождение эксцентриситета орбиты Земли оценивается в 4 балла. Если школьник использует значение эксцентриситета Земли из справочных материалов, то ему может быть выставлено 2 балла за этот этап. Определение афелийного и перигелийного расстояния оценивается в 3 балла. Определение, насколько мы ближе к Солнцу зимой, чем летом, оценивается в 1 балл.

**3. Условие.** Можно ли из Солнца сделать черную дыру? из Земли?

**3. Решение.** Для черной дыры вторая космическая скорость (скорость убегания) должна быть больше скорости света, тогда никакое излучение не сможет покинуть ее.

Вторая космическая скорость  $V_2$  вычисляется по формуле  $V_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}}$ . Если  $V_2$  равна

скорости света  $c$ , то радиус черной дыры вычисляется по формуле:  $R = \sqrt{\frac{2GM}{c^2}}$ , где  $G$ -

гравитационная постоянная,  $M$  - масса тела. Таким образом, если Солнце сжать до размера 3 км, а Землю превратить в шарик размером 1 см, то эти объекты станут черными дырами.

**3. Система оценивания.** Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Указание, что для черной дыры вторая космическая скорость должна быть больше скорости света оценивается в 2 балла. Формула для вычисления второй космической скорости оценивается в 3 балла. Формула для радиуса черной дыры, полученная на основе предыдущей, оценивается в 1 балл. Определение, до какого размера нужно сжать Солнце и Землю, оценивается еще по 1 баллу.

**4. Условие.** От Солнца на Землю поступает поток энергии  $F = 1360 \text{ вт/м}^2$ , вырабатываемой в процессе термоядерных реакций синтеза химических элементов. Определить, какую массу при этом теряет Солнце каждую секунду.

**4. Решение.** Полная светимость Солнца  $L = S \cdot F$ , где  $S$  - площадь сферы радиусом, равным расстоянию от Земли до Солнца  $r$ .  $L = 4\pi r^2 F = 4 \cdot 10^{26} \text{ вт} = 4 \cdot 10^{26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^3$ . Используя, что энергия, каждую секунду теряемая звездой  $E = L = \Delta M \cdot c^2$ , получим  $\Delta M = 4 \cdot 10^{15} \text{ кг}$  - масса, которую Солнце теряет каждую секунду.

**4. Система оценивания.** Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Указание, что энергия, теряемая объектом каждую секунду, есть светимость этого объекта, оценивается в 1 балл. Расчет полной светимости Солнца оценивается в 3 балла. Определение энергии по формуле Эйнштейна оценивается в 2 балла. Оценка массы оценивается в 2 балла.

**5. Условие.** Как выглядит Солнце (видимая звездная величина на Земле  $m_{z\_c} = -26.74^m$ ) с ближайшей к нам землеподобной планеты, вращающейся вокруг Проксимы Центавра, параллакс которой равен  $0.751''$ ?

**5. Решение.** По условию задачи, угол, под которым с Проксимы Центавра был бы виден радиус земной орбиты, равен  $\pi'' = 0.751''$ .

Расстояние до звезды в парсеках определяется через величину годичного параллакса

по формуле  $R_{\text{пц}_c} = \frac{1}{\pi}$ . Отсюда  $R_{\text{пц}_c} = \frac{1}{0.751} = 1.33 \text{ пк}$ .

$$m_{z_c} - m_{\text{пц}_c} = -2.5 \lg \left( \frac{E_{z_c}}{E_{\text{пц}_c}} \right) = -2.5 \lg \frac{R_{\text{пц}_c}^2}{R_{z_c}^2},$$

отсюда  $m_{\text{пц}_c} = +0.4$ .

**5. Система оценивания.** Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Использование определения параллакса оценивается в 1 балл. Определение расстояния до Проксимы Центавра оценивается в 2 балла.

Применение формулы Погсона оценивается в 3 балла.

Оценка видимой звездной величины Солнца оценивается в 2 балла.

**6. Условие.** Каким увеличением должен обладать телескоп, чтобы с его помощью можно было разглядеть на Луне луноход диаметром 1 м? Человеческий глаз способен увидеть предметы, имеющие угловой размер более 1 минуты дуги.

**6. Решение.** Угол, под которым невооруженным взглядом виден на Луне предмет размером 1 метр,  $\text{tg } \alpha = \alpha = 1/R_{z_{\text{л}}} = 1/384\,400\,000 = 2,6 * 10^{-9}$  (рад) =  $0,15 * 10^{-6}$  (угл. мин), где  $R_{z_{\text{л}}}$  - расстояние от Земли до Луны. Необходимо увеличение более 6.5 миллионов раз, чтобы увидеть метровый предмет.

**6. Система оценивания.** Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 5. Определение угла оценивается в 4 балла, формулировка ответа оценивается в 1 балл.