



Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады  
по астрономии  
Ленинградская область

2019/2020

8–9 классы

Максимальный балл за всю работу равен 40

1. Какой из объектов быстрее проходит расстояние по орбите, равное своему диаметру, и во сколько раз: Земля или «горячий юпитер» с большой полуосью орбиты 0.05 а.е. и радиусом 90 тыс. км, обращающийся вокруг звезды с массой, равной массе Солнца? 1 а.е. =  $1.5 \cdot 10^8$  км, радиус Земли равен 6400 км.

**Решение (8 баллов):**

Средняя скорость обращения Земли по орбите составляет около 30 км/с. Рассчитать эту величину несложно, если разделить длину земной орбиты на продолжительность года:

$$v_{\oplus} = \frac{2\pi a_{\oplus}}{T_{\oplus}} \approx \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 1.5 \cdot 10^8}{365.24 \cdot 86400} \approx 29.8 \text{ км/с.}$$

Диаметр Земли равен приблизительно  $2 \cdot 6400 = 12800$  км, тогда промежуток времени, за который Земля проходит свой диаметр, равен

$$\Delta T_{\oplus} = \frac{12800}{30} \approx 4.3 \cdot 10^2 \text{ с.}$$

Определим скорость вращения горячего юпитера. По третьему закону Кеплера, записанному для системы единиц «год — а.е. — масса Солнца», определим период обращения планеты

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{1} \implies T = \sqrt{a^3} = \sqrt{0.05^3} \approx 0.011 \text{ г.}$$

Средняя скорость движения планеты

$$v = \frac{2\pi a}{T} \approx \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.05 \cdot 1.5 \cdot 10^8}{0.11 \cdot 365.24 \cdot 86400} \approx 1.4 \cdot 10^2 \text{ км/с.}$$

Время, за которое планета проходит свой диаметр:

$$\Delta T = \frac{2 \cdot 90000}{140} \approx 12.9 \cdot 10^2 \text{ с.}$$

Таким образом, Земля проходит свой диаметр быстрее в  $12.9/4.3 \approx 3$  раза.

2. Как известно, во время равноденствий на экваторе Земли Солнце в полдень наблюдается в зените. В остальные дни года верхняя кульминация Солнца в зенит не попадает. С какой стороны от зенита происходит верхняя кульминация Солнца?

**Решение (8 баллов):**

Во все прочие дни года, кроме дней равноденствий, Солнце находится либо севернее, либо южнее небесного экватора, и движется по суточной параллели — малому кругу, параллельному небесному экватору. Поэтому верхняя кульминация Солнца будет происходить севернее зенита тогда, когда Солнце находится в северном полушарии неба (примерно с 20–21 марта по 22–23 сентября) и южнее — когда Солнце находится в южном полушарии (в оставшиеся дни года).

3. Определите высоту верхней кульминации одной из самых известных далеких галактик MACSJ0647+7015 (прямое восхождение  $\alpha = 6^h 47^m$ , склонение  $\delta = 70^\circ 15'$ ), находящейся в созвездии Жирафа, при наблюдении с сопки Халтиатунтури (граница Финляндии и Норвегии, широта  $\varphi = 69^\circ 19'$ , долгота  $\lambda = 21^\circ 17'$ ).

**Решение (8 баллов):**

Так как склонение галактики по модулю превышает широту места наблюдения, это означает, что верхняя кульминация будет происходить к югу от зенита. Значит, высота верхней кульминации вычисляется как:  $h_{max} = 90^\circ + \varphi - \delta = 90^\circ + 69^\circ 19' - 70^\circ 15' = 89^\circ 04'$ .

4. Туманность Кольцо находится на расстоянии  $2.6 \cdot 10^3$  световых лет от Солнца. За 100 лет ее видимые угловые размеры возрастают в среднем на 1 угловую секунду. С какой линейной скоростью (в км/с) происходит расширение туманности? Скорость света равна  $3 \cdot 10^5$  км/с.

**Решение (8 баллов):**

Определим линейное расстояние, на которое за 100 лет увеличивается диаметр туманности. При малых углах видимый диаметр, выраженный в радианах, равен отношению линейного диаметра и расстояния:

$$d = \frac{D}{r}; \quad \frac{1''}{57.3 \cdot 3600} = \frac{D}{2.6 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \cdot 3.2 \cdot 10^7 \text{ с}}; \quad D = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ км.}$$

Это расстояние соответствует времени расширения  $100 \cdot 3.2 \cdot 10^7 \text{ с} = 3.2 \cdot 10^9 \text{ с}$ , тогда скорость расширения туманности равна

$$\frac{1.2 \cdot 10^{11} \text{ км}}{3.2 \cdot 10^9 \text{ с}} = 38 \text{ км/с.}$$

Проще решить задачу, если перевести расстояние до туманности в парсеки. Поскольку  $1 \text{ пк} \approx 3.26 \text{ св.лет}$ , то расстояние до туманности составляет  $\approx 800 \text{ пк}$ . По определению парсека 1 астрономическая единица видна с расстояния 1 пк под углом  $1''$ , поэтому с расстояния 800 пк под углом  $1''$  видно расстояние 800 а.е. Следовательно, линейная скорость расширения туманности составляет 8 а.е./год. Поскольку 1 а.е./год равна примерно 4.74 км/с, получаем, что скорость расширения туманности составляет около  $8 \cdot 4.74 \approx 38 \text{ км/с}$ , что совпадает с уже полученным ранее ответом.

5. Планета движется вокруг звезды по круговой орбите радиусом 2 а.е. со скоростью 15 км/с. Во сколько раз масса звезды меньше массы Солнца?

**Решение (8 баллов):**

Наиболее быстро эту задачу можно решить, сопоставив параметры движения планеты и Земли. Средняя скорость движения Земли по орбите составляет около 30 км/с. При этом для круговой орбиты центростремительное ускорение равно ускорению вследствие гравитации:

$$a_c = a_g \quad \implies \quad \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \quad \implies \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

здесь  $r$  — расстояние от планеты до звезды,  $M$  — масса звезды.

Отсюда отношение скоростей планеты и Земли

$$\frac{v}{v_\oplus} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{r}}}{\sqrt{\frac{GM_\odot}{r_\oplus}}} = \sqrt{\frac{M}{M_\odot}} \cdot \sqrt{\frac{r_\oplus}{r}}.$$

Тогда масса звезды равна

$$M = \frac{v^2}{v_{\oplus}^2} \cdot \frac{r}{r_{\oplus}} M_{\odot} = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot M_{\odot} = 0.5 M_{\odot}.$$

Таким образом, звезда имеет вдвое меньшую массу, чем Солнце.

Задачу можно было решать и иначе: после того, как была получена формула связи круговой скорости, массы звезды и радиуса орбиты, можно было подставить в нее данные в условиях значения в одинаковой системе единиц (например, в СИ), то есть вычислить

$$M = \frac{v^2 r}{G},$$

а затем поделить полученное значение на массу Солнца ( $2 \cdot 10^{30}$  кг).