

1. Ускорение свободного падения для Земли и Луны

$$g_z = \frac{GM_z}{R_z^2}, \quad g_l = \frac{GM_z}{R_l^2}$$

Формула для вычисления периода математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\frac{g_z}{g_l} = \frac{M_z \cdot R_l^2}{M_z \cdot R_z^2} = 81 \cdot (0,27)^2 \quad l = 2\pi \frac{T^2}{4\pi^2} g_z \quad l = 2\pi \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot 81 \cdot (0,27)^2} = \frac{T^2 g_z}{2 \cdot 5,9} = 0,83 \text{ м}$$

2. Так как угловое разрешение глаза составляет в среднем $1/60$ градуса $= 2,9 \times 10^{-4}$ радиан, то при удалении на $1,5 \times 10^8$ км (расстояние от Земли до Солнца) такому разрешению соответствует размер протуберанца перпендикулярного к лучу зрения, равный $2,9 \times 10^{-4}$ радиан $\times 1,5 \times 10^8$ км $= 4,36 \times 10^4$ км.

3. Расстояние от звезды до центра масс (r), лежащего на пересечении биссектрис треугольника найдем с помощью теоремы Пифагора и теоремы о пересечении биссектрис, делящих друг друга в отношении 1:2. Следовательно

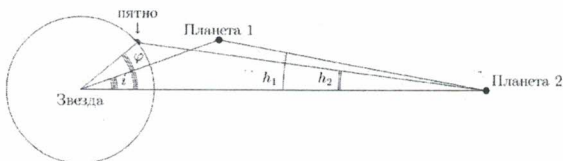
$$r = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

Сложив по правилу параллелограмма силы, действующие на звезду, найдем ее ускорение к центру масс: $a = \sqrt{3}Gm/L^2$, где m - масса звезды, G - гравитационная постоянная. Это ускорение играет роль

центростремительного (V^2/r), поэтому скорость вращения $V = \sqrt{Gm/L}$. А т.к. орбитальный период $P = 2\pi r/V$, то

$$\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = L^3/3Gm, \text{ откуда } m = \frac{4\pi^2 L^3}{3GP^2}.$$

4. Пусть a —радиус орбиты Планеты 1, i —ее наклон, φ —широта пятна, R —радиус звезды, r — радиус орбиты Планеты 2. Построим рисунок (для наглядности радиус звезды и углы сильно преувеличены):



Максимальная высота первой планеты при наблюдении со второй

$$h_1 = \text{arctg} \left(\frac{a \cdot \sin i}{r - a \cdot \cos i} \right).$$

Все углы в этой формуле малые, поэтому арктангенс и синус соответствующих углов равны им самим, выраженным в радианах, а косинус можно с очень хорошей точностью считать равным 1. Заметим, что при пересчете синуса и арктангенса коэффициент, связывающий радианы и градусы, войдет в формулу дважды: в знаменатель и в числитель, и тем самым сократится. Тогда формулу можно переписать в виде:

$$h_1 = \frac{a \cdot i}{r - a}$$

где угол i выражен в градусах. Отсюда получаем, что $h_1 = 0,88^\circ$. Заметим, что это значение больше, чем угловой радиус звезды, видимый с Планеты 2 ($0,5/4^\circ = 0,125^\circ$). Тем самым высоту пятна для наблюдателя h_2 можно не вычислять. Очевидно, что покрытие принципиально возможно, если только пятно «доживет» до подходящего момента.

5. Абсолютная звездная величина Солнца примерно $+5^m$. Это означает, что Солнце, находясь на расстоянии 10 пк, имело бы видимую звездную величину $+5^m$. Если Солнце будет располагаться в 10 раз дальше, то освещенность, создаваемая им (прямо пропорциональная светимости и обратно пропорциональная квадрату расстояния) станет меньше в 10^2 раза. Следовательно, светимость звезды в 100 раз больше, чем светимость Солнца. Тогда для того, чтобы освещенность, создаваемая звездой на планете, совпадала с освещенностью, создаваемой Солнцем на Земле, нужно, чтобы планета располагалась от звезды в 10 раз дальше, чем Земля от Солнца, т.е. искомое расстояние должно равняться 10 а.е.
6. а) Рис.1 – Орион, латинское название Orion, α Ориона (α Ori) – Бетельгейзе, звездная величина $0,42^m$;
Рис.2 – Большая Медведица, латинское название Ursa Major, α Б.Медведицы (α UMa) – Дубхе, звездная величина $1,79^m$;
Рис.3 – Лебедь, латинское название Cygnus, α Лебеда (α Cyg) – Денеб, звездная величина $1,25^m$.
- в) Орион наблюдается в вечернее время зимой,
Большая Медведица – незаходящее созвездие и наблюдается круглый год,
Лебедь – летом и осенью.
- с) Для Ориона - Большая туманность Ориона, туманность Конская Голова, кратная система Трапеция.
Для Большой Медведицы - оптически двойная звезда Мицар – Алькор.
Для Лебеда – туманность Северная Америка, двойная Альбирео.