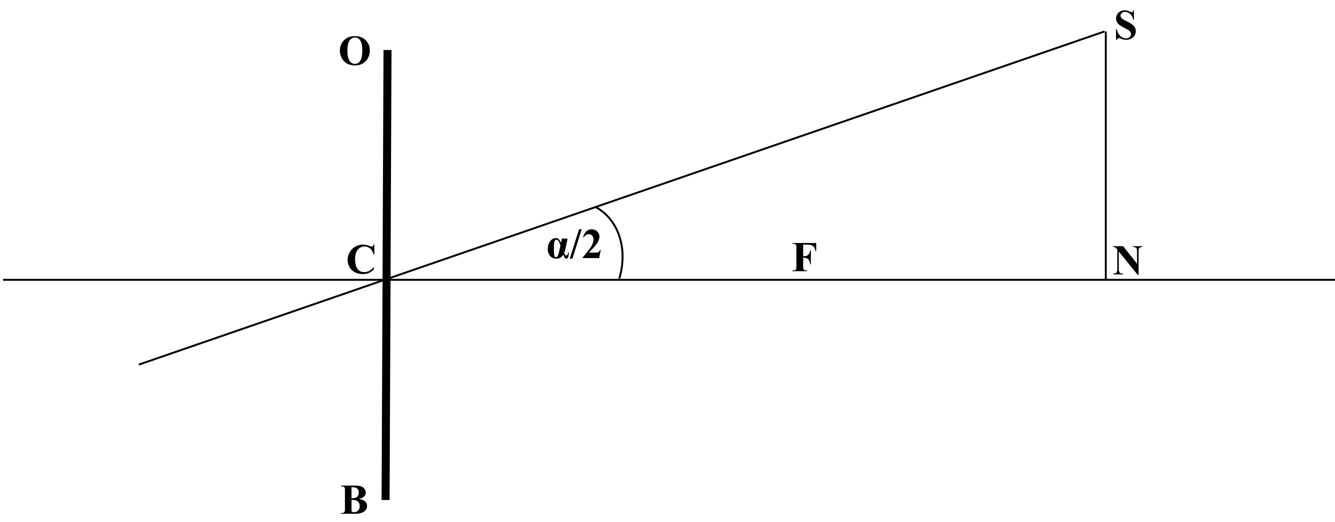
10 класс

1. Как известно, распределение энергии в спектре звезды зависит от ее температуры. Чем холоднее звезда, тем больше длина волны максимума ее излучения, т.е. тем "краснее" сама звезда. Ригель и Бетельгейзе имеют одинаковый блеск для наблюдений глазом, имеющим наибольшую чувствительность к желто-зеленым лучам. В красной области поток энергии от горячего Ригеля будет слабее, чем в желто-зеленой, а вот у холодного Бетельгейзе в красной области поток приблизится к максимальному. Поэтому при наблюдении с красным светофильтром Бетельгейзе окажется ярче Ригеля.
   Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является представление о распределении энергии в спектрах звезд с разной температурой, которое участники должны продемонстрировать в своем решении. Наличие данного представления оценивается в 4 балла. Обоснованный вывод в решении оценивается еще в 4 балла.

2. По условию задачи получается, что освещенность изображения Солнца в фокальной плоскости телескопа должна совпадать с освещенностью солнечными лучами объектива этого телескопа, направленного на Солнце. Иными словами, поток солнечного излучения, собираемый объективом телескопа, должен распределяться в фокальной плоскости на такую же площадь, какую имеет сам объектив. Очевидно, что в этом случае изображение диска Солнца в фокусе телескопа должно иметь такие же размеры, что и размеры самого объектива телескопа.



На рисунке выше: OB – объектив телескопа, диаметр которого равен D; линия CN=F представляет собой отрезок оптической оси объектива телескопа, величина которого равна фокусному расстоянию этого объектива; SN – линейный радиус изображения Солнца в фокальной плоскости объектива телескопа; α/2 – угловой радиус Солнца.
Согласно нашему условию, линейный радиус изображения Солнца SN в фокальной плоскости объектива телескопа должен быть равен радиусу этого объектива, т.е.D/2.Соответственно, можно записать:

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{SN}{F} = \frac{D}{2F}$$

Учитывая небольшие угловые размеры Солнца, его угловой поперечник можно выражать в радианах, и тогда последнее выражение примет вид:

$$\alpha_{\text{(рад)}} = \frac{D}{2F}$$

Откуда искомое относительно отверстие телескопа будет равно:

$$A = \frac{D}{F} = 2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} \approx 2\,\alpha_{\text{(рад)}} = \frac{1}{114{,}6}$$

Таким образом, фокусное расстояние объектива такого телескопа должно примерно в 115 раз превышать диаметр его объектива (апертуру телескопа).

3. Движение стрелок можно уподобить движению двух планет, расположенных на различных орбитах и обращающихся вокруг Солнца с разными угловыми скоростями. Соответственно, к стрелкам часов можно применить уравнения синодического движения планет.

   Пусть S – искомый период, по истечении которого стрелки часов сравниваются между собой на циферблате; T_h – период оборота часовой стрелки (43 200 секунд); T_m – период оборота минутной стрелки (3 600 секунд); T_s – период оборота секундной стрелки (60 секунд).

   Уравнение синодического движения для секундной и минутной стрелок будет иметь вид:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_S} - \frac{1}{T_m}$$

Тогда искомый период составит:

$$S = \frac{Ts\ Tm}{Ts - Tm} = \frac{3600 \bullet 60}{3600 - 60} = 61{,}02 \text{ сек}$$

Аналогично для минутой и часовой стрелок:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_m} - \frac{1}{T_h}$$

$$S = \frac{Th\ Tm}{Th - Tm} = \frac{43200 \bullet 3600}{43200 - 3600} = 3927{,}27 \text{ сек}$$

4. Годичным параллаксом звезды называется угол, под которым с нее виден радиус земной орбиты. Горизонтальный параллакс небесного светила, в свою очередь, равен углу, под которым с этого светила наблюдается радиус Земли.Исходя из этого, горизонтальный параллакс альфа Кентавра будет меньше ее годичного параллакса во столько раз, во сколько раз радиус земной орбиты больше радиуса Земли:

$$\pi_{\text{горизонт}} = \pi_{\text{годичн}} \bullet \frac{R_{\text{Земли}}}{A_{\text{земн. обиты}}} = 0{,}75\,'' \bullet \frac{6371 \text{ км}}{1{,}496 \bullet 10^{8} \text{ км}} = 3{,}2 \bullet 10^{-5}\,''$$

5. МКС движется быстрее относительно Земли, т.к. она расположена ближе к центральному тяготеющему телу, каковым в данном случае является наша планета.

Скорость движения космического аппарата по круговой орбите вокруг Земли определяется из выражения первой космической (круговой) скорости:

$V = \sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}$, где G – постоянная тяготения; M – масса Земли; R – радиус Земли; h – высота орбиты космического аппарата, т.е. его расстояние от поверхности нашей планеты.

Сравним орбитальные скорости МКС и геостационарного спутника, которые обозначим, соответственно, через V_1 и V_2.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{GM}{R+h_1}}}{\sqrt{\dfrac{GM}{R+h_2}}} = \sqrt{\frac{R+h_2}{R+h_1}} = \sqrt{\frac{6400+35800}{6400+400}} = 2{,}5$$

Таким образом, орбитальная скорость МКС примерно в два с половиной раза превышает скорость движения по орбите геостационарного спутника.

6. Поле зрения телескопа **FOV°** с некоторым окуляром примерно равно отношению собственного поля зрения этого окуляра **fov°** к увеличению телескопа **Г[×]** с этим окуляром. Одновременно с этим увеличение телескопа равно отношению фокусного расстояния его объектива **F** к фокусному расстоянию установленного на нем окуляра **f**. В связи с этим можно записать:

$$Г^{x} = \frac{fov^{o}}{FOV^{o}} = \frac{F}{f}$$

Откуда фокусное расстояние телескопа равно:

$$Г^{x} = \frac{fov^{o}}{FOV^{o}} = \frac{30 \bullet 70}{4} = 52 \text{ см}$$