

Олимпиада по астрономии. Муниципальный этап
10 класс

Задание 1. (§8.2. Шкала звёздных величин)

Шаровое скопление М12 было открыто Шарлем Мессье 30 мая 1764 года в созвездии Змееносца. Абсолютная звёздная величина скопления оценивается равной $-7,32^m$. Оцените количество звёзд в скоплении. Скопление содержит различные типы звёзд, для простоты решения задачи предположить, что скопление состоит из усреднённых звёзд, имеющих характеристики Солнца. Считать, что каждая звезда вносит вклад в общую светимость скопления (то есть пренебречь, например, пылью, поглощающей свет отдельных звёзд, возможностью частичного или полного закрытия одной звезды другой и т.д.). Применение последнего предположения приводит к преувеличению или уменьшению реального количества звёзд в скоплении? Почему?

Решение

1) С учётом предположений, приведённых в условии задачи, общее количество звёзд можно вычислить по формуле $\frac{L_{cl}}{L_{Sun}} = N$, где светимость Солнца берётся равной 1. (2 балла)

2) Определим соотношение общей светимости скопления к светимости Солнца: $\frac{L_{cl}}{L_{Sun}} = 2.512^{M_{Sun} - M_{cl}}$. (2 балла – записано условие и найдено склонение)

3) Известно, что абсолютная звёздная величина Солнца $M_{Sun} = +4.72^m$, тогда найдём $N = 2.512^{4.72+7.32} = 2.512^{12.04} \approx 65500$ звёзд. (2 балла – записано условие и найдено склонение, примечание, допускается приближённое возведение в степень: $2.512^{12.04} \approx 2.5^{10} = 10^{10} / 4^{10} \approx 60000$)

4) Используемое второе предположение приводит к меньшему значению, так как вклад части звёзд в общую светимость скопления не учитывается. (2 балла)

Ответ: 65500 звёзд, значение меньше реального

Задание 2. (§ 6.3. Движение искусственных спутников и Луны вокруг Земли (приближение круговой орбиты). Движение спутников планет)

Чему равен период вращения на синхронной орбите Юпитера? Чему равен радиус этой орбиты?

Решение

4) На синхронной орбите период обращения спутника равен периоду осевого вращения планеты. Для Юпитера это 9,924 часа (2 балла)

5) Для поиска радиуса орбиты a_{st} необходимо воспользоваться третьим законом Кеплера $\left(\frac{a_{st}}{a_{sp}}\right)^3 = \left(\frac{T_{st}}{T_{sp}}\right)^2$, при этом в качестве необходимо взять значения a_{sp} и T_{sp} для некоторого спутника Юпитера, например, Ио, имеющего радиус

орбиты 421800 км и период обращения 1,769 суток. (3 балла, формула, выбор произвольного спутника)

$$б) \quad a_{st} = a_{sp} \left(\frac{T_{st}}{T_{sp}} \right)^{2/3} \approx 421800 \left(\frac{9,924}{1,769 \cdot 24} \right)^{2/3} \approx 160000 \text{ км}. \quad (3 \text{ балла} -$$

формула и вычисления)

Ответ: 9,924 часа, 160000 км

Задание 3. (§ 8.6. Солнце)

Солнечный ветер представляет собой поток ионизированных частиц, истекающий из солнечной короны. Средняя скорость солнечного ветра при прохождении земной орбиты равна 450 км/с. Основная часть массы в ветре заключена в протонах, при этом в среднем в 1 см^3 находится около 5–10 протонов. Оцените потери массы Солнцем из-за солнечного ветра, приняв, что в среднем на 1 см^3 приходится 8 частиц.

Решение

1) Для ответа на вопрос задачи, необходимо вычислить, сколько частиц покидает Солнце за единицу времени, это можно сделать, найдя, количество частиц, находящихся в слое сферы радиусом в 1 а.е. и толщиной 450 км, – это и будет нужное количество частиц (2 балла, объяснение принципа решения)

2) Площадь поверхности сферы радиусом 1 а.е.
 $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 149000000000000 \approx 2.8 \cdot 10^{27} \text{ см}^2$ (2 балла, площадь)

3) В слое толщиной 1 см будет находиться $8 \cdot 2.8 \cdot 10^{27} \approx 2.24 \cdot 10^{28}$. За 1с на орбите Земли частицы пролетают 450 км, тогда в слое толщиной 450 км будет находиться $45000000 \cdot 2.24 \cdot 10^{28} \approx 10^{36}$ частиц – такое же количество частиц за 1с покидает поверхность Солнца (2 балла, количество частиц в слое)

4) Чтобы оценить значение потери массы умножим количество протонов на массу одного протона $10^{36} \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \approx 1.67 \cdot 10^9 \text{ кг}$ (2 балла, найдена масса)

Ответ: $1.67 \cdot 10^9 \text{ кг}$

Задание 4. (§8.5. Излучение абсолютно чёрного тела)

Сравните размеры звезд главной последовательности, зная, что температура поверхности самых горячих из них не менее 40000 К, а самых холодных приблизительно равна 2300 К, при этом светимость первых превышает солнечную более чем в миллион раз, а у вторых она меньше более чем в тысячу раз. На какую величину отличаются абсолютные звездные величины указанных звезд?

Решение

1) Решение первой части задачи связано с применением закона Стефана Больцмана, из которого выражаем соотношение радиусов: $\frac{R_z}{R_x} = \sqrt{\frac{L_z}{L_x}} \left(\frac{T_x}{T_z} \right)^2$ (2

балла, формула)

2) Из условия следует, что соотношение светимостей не меньше 10^9 , то есть соотношение самые горячие звёзды примерно в

$$\frac{R_z}{R_x} = \sqrt{\frac{L_z}{L_x}} \left(\frac{T_x}{T_z} \right)^2 = \sqrt{10^9} \cdot (2300 / 40000)^2 \approx 100 \text{ раз больше самых холодных (2}$$

балла, соотношение)

3) Воспользуемся связью разности абсолютных звёздных величин от светимости: $\lg \frac{L_z}{L_x} = 0,4(M_x - M_z)$, (2 балла, формула)

4) Тогда для указанных в условии звёзд найдём разность $M_x - M_z = 2,5 \cdot \lg \frac{L_z}{L_x} = 2,5 \cdot 9 = 22,5^m$ (2 балла, разность)

Ответ: в 100 раз, на $22,5^m$.

Задание 5. (§ 3.1. Географические координаты)

Длина тени от столба высотой 2 м в Курске в день летнего солнцестояния в момент, когда Солнце находилось в верхней кульминации, составила 1.076 м, а в Москве тень от такого же столба была равна 1.264 м. Определите широту городов. Как определить радиус Земли, зная, что кратчайшее расстояние между Курском и Москвой равно примерно 456 км?

Решение

1) Найдём высоту Солнца φ_0 из прямоугольного треугольника с катетами, образованными столбом и его тенью. Тогда $\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{h}{L}$. Для Курска

$\varphi_0 \approx 61,72^\circ$, а для Москвы $\varphi_0 \approx 57,7^\circ$ (2 балла, найдена высота Солнца)

2) Летом Солнце находится над тропиком, поэтому его высота увеличивается на $23^\circ 27'$, для определения широты необходимо воспользоваться формулой $\varphi = 90^\circ + 23,45^\circ - \varphi_0$. Таким образом, широта Курска составляет $51,73^\circ$, Москвы $55,75^\circ$ (2 балла, определена широта)

3) Между Курском и Москвой $55,75 - 51,73 = 4,02^\circ$, считая, что Земля имеет шарообразную форму, рассмотрим её сечение плоскостью, проходящей через центр Земли, Курск и Москву. Сечение будет окружностью. Тогда длина дуги окружности между Курском и Москвой вычисляется по формуле $r = \alpha R$. (2 балла, объяснение принципа расчёта)

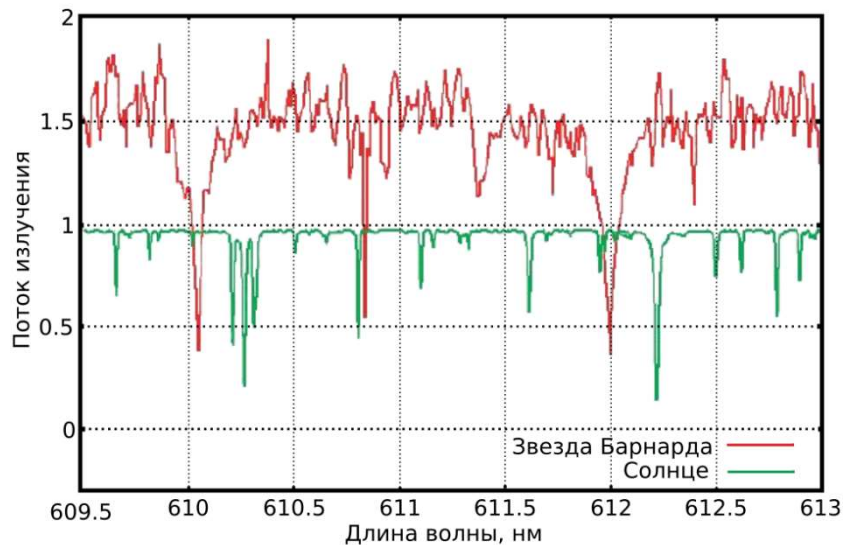
4) Находим радиус Земли, переводя градусы в радианы $R = \frac{456 \cdot 180}{4,02 \cdot \pi} \approx 6500 \text{ км}$, что лишь на 1% отличается от истинного значения (2

балла, проведена оценка радиуса).

Ответ: широта Курска составляет $51,73^\circ$, Москвы $55,75^\circ$, радиус 6500 км.

Задание 6. (§8.7. Движение звёзд)

Звезда Барнарда обладает самой большой известной скоростью углового перемещения по небесной сфере (около $10,358''/\text{год}$). На рисунке представлен небольшой участок спектров Солнца и звезды Барнарда. В связи с тем, что звезда Барнарда существенно холоднее Солнца, её спектр содержит большее количество линий по сравнению с солнечным. Однако две ярко выраженные линии спектра Солнца также присутствуют и в спектре звезды Барнарда. Определите радиальную, трансверсальную и полную пространственную скорости звезды, если её параллакс равен $0,547''$.



Решение

1) Для определения радиальной скорости необходимо воспользоваться эффектом Доплера, на основании которого $v_p = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$. (2 балла, эффект Доплера)

2) Солнце в среднем находится на постоянном расстоянии от Земли, $\Delta\lambda$ проще всего найти из разности больших красного и зелёного пика в спектрах вблизи 612 нм — $\Delta\lambda \approx -0,22 \text{ нм}$ (расстояние между пиками находится с помощью шкалы и линейки), длина волны $\lambda = 612,22$ (удобнее всего это делать с помощью линейки), таким образом $v_p = -\frac{0,22}{612,22} \cdot 300000 \approx -108 \text{ км/с}$, знак минус говорит

о том, что звезда приближается к Земле (фиолетовое смещение). (2 балла, найдено смещение, найдена скорость)

3) Из параллакса находим расстояние до звезды $r = 1/\pi \approx 1,8 \text{ пк} \approx 5,64 \cdot 10^{13} \text{ км}$. (1 балл, расстояние до звезды)

4) За год звезда проходит $x = ar$, тогда трансверсальная скорость равна $v_t = \frac{x}{t} = \frac{ar}{t} \approx 10,3 \cdot \frac{\pi}{180 \cdot 3600} \cdot \frac{5,64 \cdot 10^{13}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 89 \text{ км/с}$. (2 балла, выведена формула, проведён расчёт)

5) По теореме Пифагора находим полную пространственную скорость: $v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} \approx 140 \text{ км/с}$. (1 балл, найдена полная скорость)

Ответ: -108 км/с , 89 км/с , 140 км/с