

Задача 1. (Пункт программы - 10.2, категория сложности - 1, муниципальный этап)

Пусть некоторая воображаемая комета на расстоянии 1 а.е. от Солнца имеет скорость в 10 раз меньшую по величине, но совпадающую по направлению с круговой. Определите большую полуось, время обращения, эксцентриситет и расстояние в перигелии для такой кометы.

Решение. Запишем интеграл энергии для кометы, находящейся на гелиоцентрическом расстоянии Земли:

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{a_{\oplus}} - \frac{1}{a} \right),$$

где a_{\oplus} -- большая полуось орбиты Земли, 1 а.е. Круговая скорость на орбите Земли есть

$$v_1^2 = \frac{GM}{a_{\oplus}}.$$

Так как по условию $v = 0.1v_1$, большая полуось оказывается равной

$$a = \frac{100}{199} a_{\oplus} \approx \frac{a_{\oplus}}{2}.$$

Период обращения находится отсюда по третьему закону Кеплера:

$$\frac{P}{P_{\oplus}} = \left(\frac{a}{a_{\oplus}} \right)^{3/2} \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ года.}$$

Он тот же, что и при падении на притягивающий центр по прямой, см. задачу □. Из условия задачи следует, что комета на расстоянии 1 а.е. находится в афелии своей орбиты, так что афелийное расстояние есть $r_{\alpha} = 1$ а.е. Но $r_{\alpha} = a(1 + e)$, отсюда эксцентриситет

$$e = \frac{a_{\oplus}}{a} - 1 = 0.99.$$

Следовательно, перигелийное расстояние будет чрезвычайно малым:

$$r_{\pi} = a(1 - e) = \frac{1}{199} \text{ а.е.}$$

Это, кстати, около 750000 км, а значит, комета в перигелии почти "зацепит" Солнце. Такие кометы, "царапающие Солнце", неоднократно наблюдались.

Критерии оценки

№	Элемент решения	Баллы
1.	Определение большой полуоси ($a=0,5025$ а.е.)	2
2.	Определение периода, используя III закон Кеплера	2
3.	Вычисление эксцентриситета ($e=0,99$)	2
4.	Расстояние в перигелии ($q=0,005$ а.е.=750000км)	2

Задача 2. . (Пункт программы - 10.3, категория сложности - 2, муниципальный этап)

Большая полуось лунной орбиты постепенно увеличивается. Когда она увеличится на 10% , будут ли наблюдаться на Земле полные солнечные затмения?

Решение.

Определим максимальный диаметр наблюдаемой Луны в точке перигея в настоящее время, он составляет 33'32". Наименьший диаметр видимого Солнца составляет 31'32". Это позволяет нам наблюдать полное солнечное затмение. Если Луна удалится, то видимый диаметр Луны уменьшится на 10%, то есть будет равным 30'11". Следовательно, явление полного солнечного затмения не произойдет.

Критерии оценки

№	Элемент решения	Баллы
1.	Схема наблюдения солнечного затмения	2
2.	Расчет видимых диаметров Луны и Солнца в настоящее время	2
3.	Видимый диаметр Луны в будущем	2
4.	Анализ возможностей наблюдения	2

Задача 3. (Пункт программы – 10.2, категория сложности - 2, муниципальный этап)

14 октября 2020 года наблюдалось противостояние Марса. Расстояние от Земли составило 62,6 млн км. Определите угловой диаметр Марса. Покажите на схеме расположение Марса относительно Солнца и Земли. Какие элементы поверхности Марса можно наблюдать в это время? (22,5 угл. Екунды в диаметре)

Решение.

Используя тригонометрические соотношения, выразим $\text{tg}(d/2) = R_M/L$, где R_M – радиус Марса, L – расстояние от Земли до Марса. Получаем $\text{tg} d = 0,000108$. Угловой размер Марса составлял $d = 22,5''$. Марс был в 3 раза ярче Сириуса. И можно было наблюдать южную полярную шапку, каналы, кратеры, светлые и темные области поверхности.

Критерии оценки

№	Элемент решения	Баллы
1.	Схема взаимного расположения Солнца-Земли - Марса	2
2.	Тригонометрические соотношения	2
3.	Вычисление размера Марса	2
4.	Анализ возможностей наблюдения	2

Задача 4. (Пункт программы – 10.4, категория сложности - 2, муниципальный этап)

Астрономы обнаружили экзопланету, которая совершает полный оборот вокруг своей звезды за 3,14 дня. В шутку планету назвали «ПИ-планетой». Официально ее название K2-315b. По оценкам ученых, радиус экзопланеты составляет 0,95 радиусов Земли, а размер ее материнской звезды EPC 249631677 примерно равен одной пятой размера Солнца. Определите среднее расстояние ПИ-планеты от звезды?

Решение. Воспользуемся III законом Кеплера. Сравним движение экзопланеты и движение Земли вокруг Солнца. $T_1^2 / T_2^2 = a_1^2 / a_2^2$. Подставим данные и получим, что среднее расстояние обращения экзопланеты составляет 0,009 а.е. или 1350000км.

Критерии оценки

№	Элемент решения	Баллы
1.	Третий закон Кеплера	2
2.	Сравнение характеристик экзопланеты и Земли	2
3.	Вычисление среднего расстояния	2
4.	Анализ полученного результата	2

Задача 5. . (Пункт программы – 11.1, категория сложности - 2, муниципальный этап)

Докажите, что в любом месте Земли справедливо соотношение: $S - \alpha + \eta - t = 0$, где S – звездное время, α – прямое восхождение Солнца, η – уравнение времени, t – среднее время, считаемое от полудня.

Решение.

Прямое восхождение истинного Солнца в момент времени t равно $\alpha + t$.

Прямое восхождение среднего Солнца в полдень равно S .

Прямое восхождение истинного Солнца в полдень равно $S + \eta$.

Тогда имеем: $\alpha + t = S + \eta$ или $S - \alpha + \eta - t = 0$

Критерии оценки

№	Элемент решения	Баллы
1.	Понятия истинного Солнца и среднего Солнца	2
2.	Связь звездного времени S и прямого восхождения в верхней кульминации светила	2
3.	Среднее местное время и уравнение времени	2
4.	Вывод предложенного выражения	2