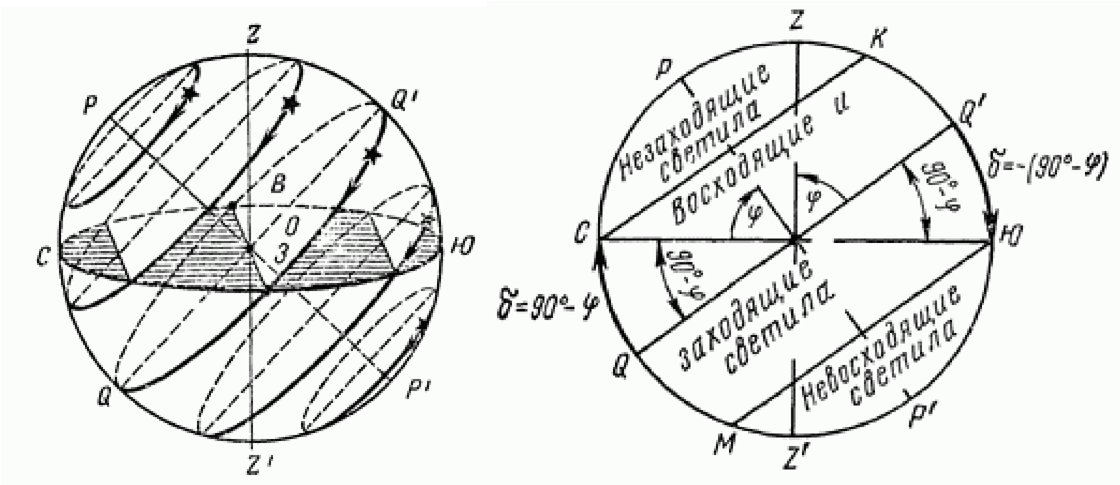
Решение задач 11 класс

Задание №1 “Две звезды” Определите широты мест наблюдения, где звезды Капелла **α** Aur, склонение $\boldsymbol{\delta}_К$=45°59′ и Бетельгейзе **α** Ori, склонение $\boldsymbol{\delta}_Б$=7°24′.

1) Одновременно являются невосходящими.

2) одновременно незаходящими.

Решение:



Запишем условие для невосходящих звезд - верхняя кульминация должна наступать под горизонтом:

$$90° - \varphi + \delta < 0° \quad => \quad -\varphi < \ 90° - \delta$$

$$\varphi_К > 90° - \delta => 90° - 45°59' < -\ 44°\ 01'$$

$$\varphi_Б > 90° - \delta => 90° - 7°24' < -\ 82°\ 36'$$

Следовательно, это будет южное полушарие, и по склонению Бетельгейзе (как более южной звезды) мы определим, какое именно значение широты будет выполнять условие задачи. И полный диапазон широт, удовлетворяющий условию, будет от 82° 36′ ю.ш. до 90° ю.ш.

Запишем условие для незаходящих звезд - нижняя кульминация должна наступать над горизонтом:

$$\varphi - 90° + \delta > 0° \quad => \quad \varphi > \ 90° - \delta$$

$$\varphi_К > 90° - \delta => 90° - 45°59' > 44°\ 01'$$

$$\varphi_Б > 90° - \delta => 90° - 7°24' > 82°\ 36'$$

Следовательно, это будет северное полушарие, и Бетельгейзе определит нам, какое именно значение широты будет выполнять условие задачи. И полный диапазон широт, удовлетворяющий условию, будет от 82° 36′ с.ш. до 90° с.ш.

Разбалловка:

Запись условия для невосходящих светил = 1 балл

Определение широт для Бетельгейзе и Капеллы, где они не восходят по 1 баллу

Вывод о широтах, на которых обе звезды являются не восходящими. - 1 балл

Запись условия для незаходящих светил = 1 балл

Определение широт для Бетельгейзе и Капеллы, где они не заходят по 1 баллу

Вывод о широтах, на которых обе звезды являются не заходят. -1 балл

Задание №2 “Звезды-близнецы” Две звезды-близнеца Солнца - 18 Скорпиона и HD 71334 (созвездие Кормы) имеют звездные величины 5.7^m и 7.7^m. Определите: 1) Во сколько раз звезда 18 Скорпиона ближе к Земле, чем HD 71334. 2) Во сколько раз свет от 18 Скорпиона идет меньше, чем от HD 71334. 3) Каково расстояние до каждой из этих звезд в пк, если абсолютная звездная величина Солнца составляет 4.8^m Межзвездным поглощением пренебречь.

Решение:

Поскольку звезды - это звезды близнецы Солнца, положим, что их светимости одинаковы и равны Солнечным. Следовательно воспользовавшись формулой Погсона:

$$\frac{E_{18Sco}}{E_{HD71334}} = 10^{0.4(m_{HD71334}-m_{18Sco})} => \frac{E_{18Sco}}{E_{HD71334}} = \frac{L_{\odot}/4\pi R_{18Sco}^2}{L_{\odot}/4\pi R_{HD71334}^2} = \left(\frac{R_{HD71334}}{R_{18Sco}}\right)^2$$

Следовательно:

$$\frac{R_{HD71334}}{R_{18Sco}} = 10^{0.2(m_{HD71334}-m_{18Sco})} = 10^{0.2(m_{HD71334}-m_{18Sco})} = 10^{0.2(7.7-5.7)} = 2.512$$

Поскольку свет движется с постоянной скоростью, то и время движения света будет отличаться в 6.3 раза

Найдем расстояние до звезды 18 Скорпиона, взяв второй звездой для сравнения Солнце с 10 пк, т.е. расстояние с которого Солнце видно как звезда 4.8^{m}:

$$\frac{E_{18Sco}}{E_{\odot}} = 10^{0.4(M_{\odot}-m_{18Sco})} => \frac{E_{18Sco}}{E_{\odot}} = \frac{L_{\odot}/4\pi R_{18Sco}^2}{L_{\odot}/4\pi R_{\odot}^2} = \left(\frac{10}{R_{18Sco}}\right)^2$$

Следовательно:

$$\frac{R_{18Sco}}{10} = 10^{-0.2(M_{\odot}-m_{18Sco})} => R_{18Sco} = 10^{1-0.2(M_{\odot}-m_{18Sco})} = 10^{1-0.2(4.8-5.7)} = 15.1\text{пк}$$

Найдем расстояние до звезды HD 71334, взяв второй звездой для сравнения Солнце с 10 пк, т.е. расстояние с которого Солнце видно как звезда 4.8^{m}:

$$\frac{E_{HD71334}}{E_{\odot}} = 10^{0.4(M_{\odot}-m_{HD71334})} => \frac{E_{HD71334}}{E_{\odot}} = \frac{L_{\odot}/4\pi R_{HD71334}^2}{L_{\odot}/4\pi R_{\odot}^2} = \left(\frac{10}{R_{HD71334}}\right)^2$$

Следовательно:

$$\frac{R_{HD71334}}{10} = 10^{-0.2(M_{\odot}-m_{HD71334})} => R_{HD71334} = 10^{1-0.2(4.8-7.7)} = 38\text{ пк}$$

Разбалловка:

Вывод о том, что параметры звезд такие же как у Солнца - 1 балл

Правильное использование формулы Погсона или формулы абсолютной звездной величины для нахождения отношения расстояний - 1 балл

Правильное нахождение отношения расстояний - 1 балл

Правильное нахождение отношения времени прохождения света - 1 балл

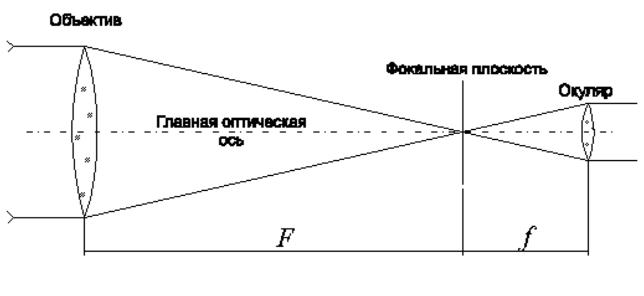
Правильное нахождение расстояния до 18 Скорпиона, через формулу Погсона или абсолютной звездной величины - 2 балла

Правильное нахождение расстояния до HD71334, через формулу Погсона или абсолютной звездной величины - 2 балла

Примечание:

Альтернативным? верным путем решения является использование формулы абсолютной звездной величины и выражение из нее расстояния до звезды - оценивается в полной мере как верное:

$$m_{*} = M_{\odot} - 5 + 5lgR \quad => \; R_{*} = 10^{1-0.4(M_{\odot}-m_{*})}$$



Задание №3 "Труба Кеплера" Вам дана схема классического телескопа рефрактора и формула увеличения$\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{D}{d}$, D - диаметр телескопа (входного пучка) , F - фокус объектива, f - фокус окуляра, D - диаметр входного пучка, d -

диаметр выходного пучка. Оптическая сила объектива 1 дптр, а окуляра — 100 дптр. Диаметр объектива телескопа составляет 12 см. Диаметр зрачка глаза ночью составляет 6 мм. Определите:

1) Во сколько раз этот телескоп собирается больше света, чем человеческий глаз?
2) Чему равна общая длина трубы телескопа?
3) Чему равно увеличение этого телескопа?

Решение:
На первом этапе вспомним, что главная задача для телескопа - собирать свет. А она зависит от площади собирающей поверхности. Следовательно, телескоп соберет во столько раз больше света, во сколько площадь его объектива больше площади зрачка человеческого глаза:

$$\frac{S_{\text{Телескопа}}}{S_{\text{Глаза}}} = \frac{\pi\frac{D^2}{4}}{\pi\frac{d^2}{4}} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \left(\frac{120}{6}\right)^2 = 400 \text{ раз}$$

На втором этапе нужно вспомнить взаимосвязь между оптической силой линзы и ее фокусным расстоянием: D = 1/F.
Получаем, что фокусное расстояние объектива F=1 метр
А фокусное расстояние окуляра f=1/100=1 см.
Из рисунка видно, что фокальная плоскость объектива совпадает с фокальной плоскостью окуляра. Следовательно, полная длина телескопа составляет 1 м + 1 см = 1.01 м
Увеличение телескопа рассчитывается из формулы $\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{D}{d}$. Мы уже знаем фокусные расстояния объектива и окуляра, и получаем, что увеличение Г=100.

Разбалловка
Верно найдено в сколько раз телескоп собирает больше - 400 раз - 2 балла
Связь оптической силы и фокусного расстояния линзы - 1 балл
Определение фокусных расстояний объектива и окуляра по 1 баллу за каждый - итого 2 балла
Определение длины телескопа 1.01 метра. - 2 балла.
Определение увеличения телескопа 100 - 1 балл.
Итого за задание 8 баллов

Задание №4 “Астероид” Некоторый астероид, имеющий прямое вращение по круговой орбите вокруг Солнца, в плоскости орбиты Земли, 25 сентября 2020 года вступил в противостояние с Солнцем, при наблюдении с Земли. Определите:

1) Когда такое случится в следующий раз, если его период обращения равен 3 года?
2) Какое расстояние будет между астероидом и Землей в момент противостояния?
3) Определите расстояние до астероида через 1.5 года.

Решение.
Из условия задачи мы знаем, что астероид двигается по круговой орбите в туже сторону. что и Земля и он находится в противостоянии. Конфигурация противостояния возможна только для внешнего астероида, орбита которого больше, чем орбита Земли.
Следующее противостояние будет через синодический период.
Запишем синодическое уравнение для внешней планеты:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{Земли}}} - \frac{1}{T_{\text{Астероида}}} \quad => \; S = \frac{T_{\text{Земли}} \cdot T_{\text{Астероида}}}{T_{\text{Астероида}} - T_{\text{Земли}}} = \frac{1 \cdot 3}{3-1} = 1.5 \text{года}$$

Подставляем и получаем S=1.5 года. Значит следующее противостояние состоится через полтора года или 547,5 дней.

Для определения расстояния между астероидом и Землей нужно сначала найти радиус орбиты астероида (или что тоже самое, его большую полуось). Для этого воспользуемся третьим законом Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3} \quad => \; a_{\text{А}} = a_{\text{Земли}}\left(\frac{T_{\text{А}}}{T_{\text{Земли}}}\right)^{2/3} \quad = 1\left(\frac{3}{1}\right)^{2/3} = 2.08 \text{ а.е.}$$

И получаем ответ 2.08 а.е.

Поскольку астероид находится в противостоянии, и на одной линии Солнце-Земля-астероид, то расстояние Земля-астероид =2.08-1=1.08 а.е.

Теперь рассмотрим третий пункт задачи. Через 1.5 года астероид снова в противостоянии, его конфигурация повториться. Значит расстояние будет снова 1.08 ае.

Разбалловка.

утверждение, что астероид внешний. - 1 балл

запись выражения для синодического периода - 1 балл

определение синодического периода в годах или днях - 1 балл

определение даты следующего противостояния - 1 балл

определение большой полуоси орбиты астероида - 2 балла

определение расстояния между Землей и астероидом - 1 балл

определение расстояния между Землей и астероидом через 1.5 года - 1 балл.

Итого за задание 8 баллов

Задание №5 "Соседи" Звезда Ран (**ε** Эридана), является третьей из ближайших звёзд (не считая Солнца), видимых без телескопа и имеет параллакс 0.31″. Определите:

1) расстояние до звезды в парсеках.

2) максимальное угловое расстояние между Марсом и Землёй, при наблюдении с этой звезды.

3) максимальное возможное линейное расстояние между Землей и Марсом.

Орбиты планет считать круговыми.

Решение.

На первом этапе найдем расстояние от звезды Ран до Солнца. Его мы получим из годичного параллакса звезды.

$$r=1/p = 3.23 \text{ пк.}$$

Далее учтем, в случае круговых орбит, что максимальное видимое удаление Марса от Земли будет тогда, когда они будут по разные Стороны от Солнца на расстоянии 1+ 1.5 = 2.5 а.е.

Используя определение параллакса получаем, что с расстояния в 3.23 пк радиус земной орбиты будет виден под углом 0.31″. Следовательно, 2.5 а.е. буду видны под углом 2.5*0.31=0.775″ или примерно 0.78″.

Ну и максимально возможное расстояние между землей и марсом составляет 1+1.5=2.5 а.е., когда планеты находятся по разные стороны от Солнца. А Марс с Земли виден в соединении с Солнцем. Переведем расстояние в км - 2.5*150 млн км = 375 млн. км

Разбалловка.

Определение расстояния до звезды при помощи годичного параллакса - 3 балла

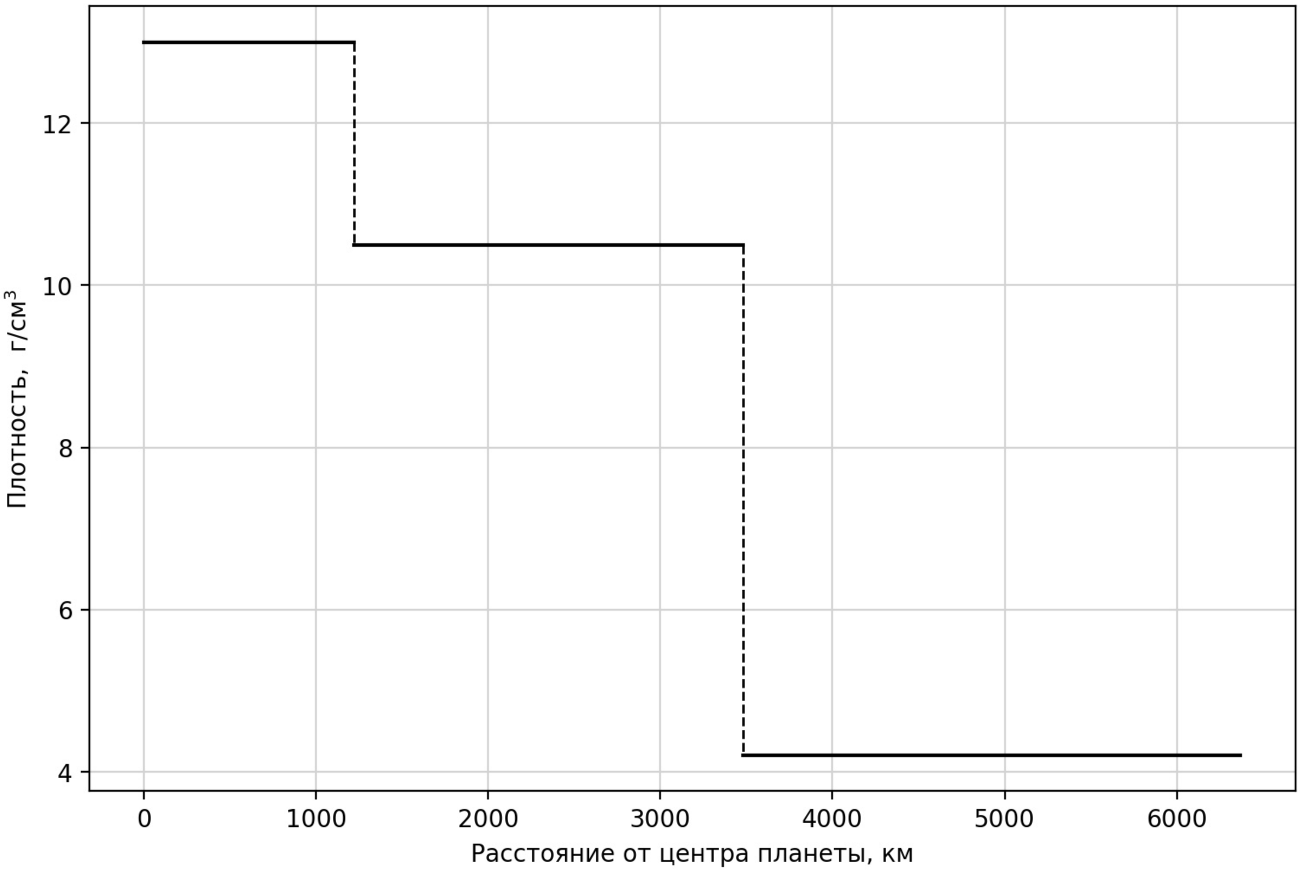
Определение значения максимального углового расстояния между Землей и Марсом при наблюдении со звезды Ран - 3 балла

Определение максимального линейного расстояния между Землей и Марсом - 2.5 а.е. или 375 млн.км - 2 балла

Итого за задание 8 баллов

Примечание:
Если, в подсчете максимального расстояния между Землей и Марсом, учащийся ошибся и получил неверный ответ, но в диапазоне 0,5 - 5 а.е. А сам подсчет углового расстояния, используя определение параллакса, выполнил правильно (с теми данными, что получены ранее) часть решения за подсчет углового расстояния (3 балла) оценивается полностью. А часть (2 балла), за подсчет расстояния, не оценивается.

Задание №6 "Масса планеты" Перед вами график зависимости плотности от расстояния от центра некоторой планеты, полученный по результатам исследований. Известно, что планета имеет шарообразную форму.



Определите:
1) Массу внутреннего слоя.
2) Масса среднего слоя.
3) Массу внешнего слоя.
4) Полную массу планеты

Решение:
Первый шаг — это предположить из графика, что внутри планеты плотность сохраняется постоянной в трех областях: ядре (индекс 1) и двух слоях, назовем их верхним (индекс 3) и средним (индекс 2) слоем. Второй - определить из графика значения плотностей. Для этого необходимо, графически определить масштаб, и после этого снять из графика значения точек, соответствующих плотностей:

$$\boldsymbol{\rho}_1 = 4.24 \text{ г/см}^3 \approx 4.2 \text{ г/см}^3$$
$$\boldsymbol{\rho}_2 = 10.48 \text{ г/см}^3 \approx 10.5 \text{ г/см}^3$$
$$\boldsymbol{\rho}_3 = 12.96 \text{ г/см}^3 \approx 13.0 \text{ г/см}^3$$

Определим из графика радиусы слоев и поверхности планеты:

$$R_1 = 6370 \text{ км}$$

$R_2 = 3480$ км

$R_3 = 1220$ км

Определим массу внутреннего слоя он будет являться сферой заданного радиуса:

$$M_3 = \frac{4}{3}\pi R_3^3 \cdot \rho_3 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (1220 \cdot 10^5)^3 \ \cdot 13.0 = 9.9 \cdot 10^{25} \text{ г } = 9.9 \cdot 10^{22} \text{кг}$$

Определим массу среднего слоя он будет являться разницей сфер заданного радиуса 2 и 3:

$$M_2 = (\frac{4}{3}\pi R_2^3 - \frac{4}{3}\pi R_3^3) \cdot \rho_2 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (3480^3 - 1220^3) \cdot 10^{15} \cdot 10.5 = 1.77 \cdot 10^{27} \text{ г} = 1.8 \cdot 10^{24} \text{кг}$$

Определим массу верхнего слоя он будет являться разницей сфер заданного радиуса 1 и 2:

$$M_1 = (\frac{4}{3}\pi R_1^3 - \frac{4}{3}\pi R_2^3) \cdot \rho_1 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (6370^3 - 3480^3) \cdot 10^{15} \cdot 4.2 = 3.81 \cdot 10^{27} \text{ г} = 3.8 \cdot 10^{24} \text{кг}$$

Полная масса планеты получится - $M_1 + M_2 + M_3 = 3.8 \cdot 10^{24} + 1.8 \cdot 10^{24} + 9.9 \cdot 10^{22} \approx 5.7 \cdot 10^{24}$ кг

Разбалловка

Правильное определение значений плотности, с точностью 0.2 г/см^3 - 2 балла

Правильное определение значений радиуса границ изменения плотности по радиусу планеты 100 км - 2 балла.

Правильное определение массы ядра, как сферы заданного радиуса - 1 балл

Правильное определение среднего слоя, как разницы двух сфер - 1 балл

Правильное определение верхнего слоя, как разницы двух сфер - 1 балл

Правильное определение полной массы планеты - 1 балл

Итого за задания 8 баллов