Ключи к заданиям муниципального этапа
Всероссийской олимпиады по астрономии
2020-2021 учебного года
11 класс

1 задание (8 баллов).

Некий любитель астрономии, чтобы продемонстрировать свои знания, рассказал о том, что если половина диска Солнца покроется пятнами, то она будет светить слабее, чем полная Луна. Докажите или опровергните это утверждение.

Решение

Пятна имеют среднюю температуру около 3000 кельвинов, в то время как поверхность Солнца – 5500 кельвинов. Будем считать, что половина диска Солнца излучает с температурой 3000 кельвинов, а другая – с 5500. Получим оценку светимости обеих половинок

$$L = 2\pi R^2 \sigma T^4$$

В формуле 2, а не 4 из-за требования “половинности” покрытия пятнами. Сравним суммарное излучение запятнанного Солнца с обычным.

$$\frac{L_1 + L_2}{L} = \frac{2\pi R^2 \sigma T_1^4 + 2\pi R^2 \sigma T_2^4}{4\pi R^2 \sigma T_1^4} = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2T_1^4} = \frac{5500_1^4 + 3000_2^4}{2 * 5500_1^4} = 0,54$$

Таким образом, светимость упала всего почти в два раза! Вспомним формулу Погсона и расширим ее до светимостей (так как расстояние не изменилось)

$$\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{m_2 - m_1} = \frac{L_1}{L_2} = 0,54 => \log(0,54) = 0.4(m_2 - m_1) => m_2 - m_1 = -0,67$$

Звездная величина Солнца изменится, меньше чем на 1 величину, и уж конечно же никак не может опуститься до величины полной Луны.

Формула для светимости – 2 балла

Запись для половинок – покрытой пятнами и нет – 4 балла (возможна любая другая форма записи, приводящая к верному ответу)

Получение значения для звездной величины – 1 балл (точность не важна, важен порядок)

Сравнение с полной луной – 1 балл.

2 задание (8 баллов).

Линия Hα имеет лабораторную длину 656 нанометров, а Hβ – 486 нанометров. В каком направлении и с какой скоростью должен двигаться источник излучения относительно Земли, чтобы наблюдатель мог перепутать одну линию с другой?

Решение

Задача на эффект Доплера, поэтому необходимо определиться – что и в какую сторону смещается? Если линия 656 нанометров наблюдается как линия 486 нанометров – длина волны уменьшается (смещение в синюю, коротковолновую сторону). Если же наоборот – смещение в красную, длинноволновую сторону. В первом случае объект движется в сторону Земли, во втором – в противоположном направлении.

А вот скорость по абсолютном величине будет одинакова в обоих случаях

$$\frac{656 - 486}{656} = \frac{V}{c} => V = \frac{(656 - 486) * c}{656} = 77700 \text{ км/с}$$

Скорость довольно большая, но вполне возможная.

Рассуждения насчет смещения в коротковолновую и длинноволновую области – 3 балла

Формула для эффекта Доплера – 2 балла
Правильная связь смещения и знака лучевой скорости – 1 балл
Вычисление скорости – 1 балл

3 задание (8 баллов).

Определите размер зоны обитания (области космического пространства вокруг звезды, где температуры лежат в пределах от 0 до 100 градусов Цельсия – достаточные, чтобы поддерживать воду в жидком агрегатном состоянии при нормальных атмосферных условиях) для звезды спектрального класса М. Считать, что вся энергия, получаемая от звезды, полностью поглощается, рассеиванием света и парниковым эффектом пренебречь.

Решения

Запишем светимость красного карлика через ее радиус и температуру поверхности, используя закон Стефана-Больцмана (температура красных карликов приблизительно 3000 К, а радиус – 280 тысяч километров).

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Определим количество энергии за секунду (освещенность), которую создает звезда на определенном расстоянии на один квадратный метр.

$$E = \frac{L}{4\pi d^2} \Rightarrow E = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi d^2} \Rightarrow E = \frac{R^2 \sigma T^4}{d^2}$$

Если вся энергия, получаемая от звезды, полностью поглощается, значит, она полностью идет на нагрев и отражения нет. Если вся энергия идет на нагрев, поверхность прогреется до определенной температуры и будет излучать ровно столько же энергии в инфракрасном диапазоне. Запишем светимость уже для поверхности потенциальной планеты.

$$L_2 = E \Rightarrow \sigma T_2^4 = \frac{R^2 \sigma T^4}{d^2} \Rightarrow T_2^4 = \frac{R^2 T^4}{d^2} \Rightarrow d^2 = \frac{R^2 T^4}{T_2^4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{R^2 T^4}{T_2^4}}$$

Здесь T_2 – температура поверхности. Нам было предложено выбрать 0 и 100 градусов Цельсия (273 и 373 Кельвина). Подставляем и получаем – 34 млн км и 18 млн км. Стоит отметить, что оценке не стоит доверять, так как альбедо поверхности принято равным нулю.

Закон Стефана-Больцмана – 2 балла
Выражение для освещенности – 2 балла
Предположение о связи энергии поглощаемой и излучаемой – 2 балла
Верные вычисления – 2 балла

4 задание (8 баллов).

Римский республиканский календарь состоял из 12 полных лунных циклов, т. е. 355 дней. Чтобы избежать накопления ошибки календарной весны относительно астрономической, раз в два года вводился дополнительный месяц – Мерцедоний, состоящий поочередно из 22 и 23 дней. Определите среднюю продолжительность такого календаря, его ошибку относительно тропического года и за какой промежуток времени накопится ошибка в одни сутки.

Решение

Разберем систему календаря. В основе 355 дней, во второй год добавляется дополнительный месяц из 22 дней (377 дней), а в четвертый дополнительный месяц из 23 дней (378 дней). Таким образом, цикл выглядит так $\frac{355+377+355+378}{4} = 366.5$. Ошибка относительно тропического года (365,2422 дня) составляет более суток, таким образом, ошибка в одни сутки накопится за 1 год.

Правильный порядок в цикле – 3 балла
Средняя продолжительность – 3 балла
Ошибка в одни сутки – 2 балла

5 задание (8 баллов).

Следующую международную космическую станцию планируется построить вблизи Луны, чтобы она обращалась вокруг Луны как искусственный спутник. Перицентр ее орбиты будет находиться на высоте 3000 километров от поверхности Луны, а апоцентр – на высоте 70000 км. Это необходимо, чтобы станция могла выполнять роль промежуточного звена при полете на Марс и при высадке на саму Луну. Найдите эксцентриситет орбиты станции и ее период обращения вокруг Луны.

Решение

Для начала вспомним, что радиус Луны 1700 километров. Таким образом, перицентрическое расстояние станции будет равно 1700 + 3000 = 4700 километров, а апоцентрическое – 1700 + 70000 = 71700 километров. Найдем эксцентриситет и большую полуось орбиты станции через перицентрическое и апоцентрическое расстояние $r_p = a(1-e)$, $r_a = a(1+e) => a = \frac{r_p + r_a}{2} = \frac{4700+71700}{2} = 38200$ км. $\frac{r_p}{a} = 1 - e => e = 1 - \frac{r_p}{a} => e = 1 - \frac{4700}{38200} = 0.87$

Период обращения станции вокруг Луны лучше всего определить по 3 закону Кеплера, расширенному Ньютоном

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\left(\frac{M_1+m_1}{M_2+m_2}\right) = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Предположим, что в числителе у нас будет система Луна – станция, а в знаменателе – Земля – МКС. МКС обращается с большой полуосью 6783 километра с периодом приблизительно 1,5 часа

Массами спутников пренебрегаем.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\left(\frac{M_1}{M_2}\right) = \frac{a_1^3}{a_2^3} => \frac{T_1^2}{1.5^2}\left(\frac{1}{81}\right) = \frac{38200^3}{6783^3} => T_1^2 = \frac{1.5^2 * 81 * 38200^3}{6783^3} => T_1 = \sqrt{\frac{1.5^2 * 81 * 38200^3}{6783^3}} = 180 \text{ часов}$$

Определение перицентрического и апоцентрического расстояний через радиус Луны – 2 балла

Нахождение большой полуоси – 2 балла

Эксцентриситет – 1 балл

Запись 3 закона Кеплера (или решение через закон Всемирного тяготения, но с учетом эллиптичности орбиты) – 2 балла

Нахождение периода обращения – 1 балл

6 задание (8 баллов).

Известно, что геостационарные спутники обращаются вокруг Земли с тем же периодом, что и сама Земли вращается вокруг своей оси. Большая полуось таких спутников имеет размеры порядка 42000 километров. Определите, возможно ли существование йовистационарных спутников (обращающихся вокруг Юпитера).

Решение

Запишем третий закон Кеплера, расширенный Ньютоном.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\left(\frac{M_1+m_1}{M_2+m_2}\right)=\frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Числитель посчитаем как система Юпитер – йовистационар, а знаменатель – как Земля – геостационар. Массами спутников пренебрежем. Масса Юпитера в 318 раз больше массы Земли, период обращения Земли вокруг оси равен звездным суткам (23,93 часа), а период обращения Юпитера вокруг оси – 9,9 часа.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\left(\frac{M_1}{M_2}\right)=\frac{a_1^3}{a_2^3} => \frac{9.9^2}{23{,}93^2}\left(\frac{318}{1}\right)=\frac{a_1^3}{42000^3} => 54{,}42 * 42000^3 \ = a_1^3 =>$$

$a_1 = \sqrt[3]{54{,}42 * 42000^3 \ = 159000}$ км. Поскольку большая полуось такого спутника больше радиуса планеты, йовистационары могут существовать.

Использование третьего закона Кеплера (или правильное применение закона всемирного тяготения) – 3 балла

Выражение для большой полуоси (или радиуса орбиты) – 2 балла

Верное вычисление – 1 балл

Корректное сравнение с радиусом Юпитера или размышления насчет возможности существования йовистационаров в пользу последних – 2 балла