

Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный этап

Астрономия, 2021 год

10 классы

Критерии проверки

Все задания по 8 баллов

Задание 1 (8 баллов)

Как часто геостационарный спутник проходил бы над одной и той же точкой поверхности Земли, если бы он двигался по той же самой орбите и с той же самой скоростью, но в противоположном направлении.

Решение:

Геостационарный спутник висит над одной и той же точкой так как он вращается синхронно с Землёй, то есть совершает один оборот за 24 часа. Двигаясь в обратном направлении с той же скоростью он по прежнему будет совершать один оборот за 24 часа, то есть будет встречаться с одной и той же точкой на экваторе земной поверхности 2 раза в сутки.

Ориентировочные критерии оценивания:

3 балла за демонстрацию того, что такое геостационарный спутник

4 балла за корректное описание динамики после изменения направления

1 балл за окончательный расчёт

Задание 2 (8 баллов)

Кто получает больше энергии от Солнца за одну секунду: Меркурий или Земля?

Решение:

Меркурий ближе к Солнцу чем Земля в $\frac{R_E}{R_M} = \frac{1}{0,3871} \approx 2,58$ раза. При этом его

видимая площадь меньше в $\frac{r_E^2}{r_M^2} = \frac{6378^2}{2439^2} \approx 6,8$ раз. Значит Меркурий получает от

Солнца $\frac{2,58^2}{6,8} = 0,97$ той энергии, которую получает Земля.

Ориентировочные критерии оценивания:

3 балла за расчет разницы расстояний

1 балл за знание что энергий ослабляется пропорционально расстоянию

3 балла за расчет разницы геометрических размеров

1 балл за верный ответ

Задание 3 (8 баллов)

Чему равна видимая с Земли угловая скорость движения Марса по небу во время противостояния. Орбиты считать круговыми

Решение:

Земля совершает один оборот вокруг Солнца за $T_E=365,26$ суток, а радиус её орбиты составляет $R_E=149,6$ млн. км. Аналогично для Марса $T_M=687$ сутоки $R_M=226,9$ млн. км. Значит средняя скорость движения Земли по орбите

составляет $V_E = \frac{2\pi R_E}{T_E} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 149,6 \cdot 10^9 \text{ м}}{365,26 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 29,7 \text{ км/с}$, а Марса

$V_M = \frac{2\pi R_M}{T_M} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 226,9 \cdot 10^9 \text{ м}}{687 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 24,0 \text{ км/с}$. Значит во время противостояния с

точки зрения наблюдателя на Земле Марс движется назад со скоростью $V = V_E - V_M \approx 5,7 \text{ км/с}$. При этом расстояние до Марса составит

$R = R_M - R_E = 226,9 - 149,6 = 77,3$ млн. км. Значит видимая угловая скорость составит

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{5,7 \text{ км/с}}{77,3 \cdot 10^6 \text{ км}} \approx 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с} \approx 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с} \approx 15,3 \text{ ''/с}$$

Ориентировочные критерии оценивания:

3 балла за расчет относительной скорости Маоса

2 балла за расчет расстояния до него

3 балла за вычисление угловой скорости

Задание 4 (8 баллов)

Самолёт летит по кратчайшему пути из Калининград в точку, расположенную на $L=3000$ км восточнее. На сколько километров ему придётся отклониться к северу? Географические координаты Калининграда $\phi=54^\circ 43'$ с. ш. $\lambda=20^\circ 30'$ в. д.

Решение:

Радиус широтного круга на котором лежит Калининград $R_{ш} = R_e \cos(\phi) = 6378 \cos(54^\circ 43') \approx 3684$ км, то есть его длина $L_{ш} = 2 \cdot \pi \cdot R_{ш} \approx 23000$ км

Значит точка на $L=3000$ км восточнее имеет долготу

$$\lambda_1 = \lambda + \frac{L}{L_{ш}} \cdot 180^\circ = 20^\circ 30' + \frac{3000}{23000} \cdot 180^\circ \approx 20,5^\circ + 23,5^\circ = 43,9^\circ, \text{ а её широта совпадает с}$$

широтой Калининграда.

Кратчайшим маршрутом, соединяющим две точки на поверхности сферы является дуга большого круга, проходящего через эти две точки. Найдём угол наклона такой дуги.

Обозначим Калининград точкой А, восточную точку точкой В, центр земли точкой О, центр широтного круга точкой С. Соединим А и В отрезком и

обозначим его середину точкой М. Тогда по теореме косинусов в треугольнике ABC

$$AB = \sqrt{CA^2 + CB^2 - 2 \cdot CA \cdot CB \cos(\sphericalangle ACB)} = R_{\text{ш}} \sqrt{2 - 2 \cdot \cos(23,5^\circ)} \approx 2554,6 \text{ км}$$

Значит $AM = MC = AB/2 \approx 1277,3 \text{ км}$. Тогда в треугольнике АМО по теореме Пифагора $MO = \sqrt{AO^2 - AM^2} = \sqrt{R_E^2 - AM^2} = \sqrt{6378^2 - 1277,3^2} \approx 6248,8 \text{ км}$. То в треугольнике ОСМ

$$\sphericalangle OMC = \arccos\left(\frac{MC}{MO}\right) = \arccos\left(\frac{\sqrt{AC^2 - AM^2}}{MO}\right) = \arccos\left(\frac{\sqrt{3684^2 - 1277,3^2}}{6248,8}\right) \approx 56,42^\circ. \text{ Это и есть}$$

нужный нам угол наклона большого круга. То есть самолёту придется отклониться к северу на $56,42^\circ - (54 + 43/60) \approx 1,71^\circ$ или $z = 1,71^\circ / 360^\circ \cdot 2\pi R_E \approx 190,5 \text{ км}$

Ориентировочные критерии оценивания:

1 балл за указание что кратчайшим путём является большой круг

5 баллов за расчет угла его наклона

2 балла за окончательный расчет смещения

Задание 5 (8 баллов)

Какого расстояние до видимого горизонта для космонавта на Луне? Высоту космонавта считать равной 1 метр 80 сантиметров, рельефом местности пренебречь.

Решение:

При наблюдение с высоты h на шарообразном теле радиуса R точка наблюдения, центр тела и точка на горизонте формируют прямоугольный треугольник с катетом R и гипотенузой $R+h$. Если $h \ll R$, как в данном случае, мы можем приближенно считать что длинна дуги окружности до горизонта равна второму катету, а значит расстояние до горизонта $L \approx \sqrt{(R+h)^2 - R^2} = \sqrt{R^2 + 2Rh + h^2 - R^2} \approx \sqrt{2Rh} \approx \sqrt{2 \cdot 1738000 \cdot 1.8} \approx 2500 \text{ м}$

Участник так же может использовать строгую формулу $L = R \cdot \arccos\left(\frac{R}{R+h}\right)$.

Такое решение засчитывается на полный балл.

Ориентировочные критерии оценивания:

2 балла за демонстрацию того, что участник понимает что такое горизонт

5 баллов за вывод формулы расчет расстояния

1 балл за окончательный ответ

Задание 6 (8 баллов)

Астероид шарообразной формы находясь в перигелии 1 января 2021 года

находился от Земли на расстоянии $l_1 \approx 1$ миллион километров едва не попадая при этом в земную тень и имел 6 звёздную величину. Найти его звёздную величину 1 апреля 2022 года, если его период обращения составляет 2,5 земных года.

Решение:

Радиус орбиты Земли составляет примерно 150 миллионов километров. Это значительно больше чем 1 миллион километров, поэтому мы можем приближенно считать что перигелий астероида равен 1 а.е. По третьему закону

Кеплера $\frac{a_E^3}{a_a^3} = \frac{T_E^2}{T_a^2}$ где $a_E = R_E$ - большая полуось, она же радиус орбиты Земли, a_a -

большая полуось орбиты астероида, T_E - орбитальный период Земли, T_a -

орбитальный период астероида. Значит $a_a = \sqrt[3]{\frac{T_E^2}{T_a^2} a_E} = \sqrt[3]{\frac{2,5^2}{1^2} \cdot 1} \approx 1,84 \text{ а.е.}$

От 1 января 2021 до 1 апреля 2022 пройдёт примерно 1 год и 3 месяца, то есть половина периода обращения астероида. Значит он будет находиться в апогелии. Сумма расстояний до Солнца в перигелии в апогелии равна удвоенной большой полуоси $r_{min} + r_{max} = 2a$, следовательно

$r_{max} = 2a - r_{min} = 2 \cdot 1,84 - 1 \approx 2,68 \text{ а.е.}$ Земля же за это время пройдёт один оборот с

четвертью, то есть угол астероид-Солнце-Земля составит 90 градусов. Значит расстояние от астероида до Земли составит $l_2 = \sqrt{r_{max}^2 + r_E^2} = \sqrt{2,68^2 + 1^2} \approx 2,86 \text{ а.е.}$

Так как 1 января 2021 астероид едва не попал в земную тень, его фазу можно считать равной $v_1 = 100\%$

1 апреля 2022 же угол Земля-Солнце-астероид будет равен

$\alpha = \arccos\left(\frac{r_E}{r_{max}}\right) = \arccos\left(\frac{2,68}{1}\right) \approx 20,4^\circ$, значит его видимая фаза составит

$$v_2 = 1 - \frac{20,4^\circ}{90^\circ} \approx 0,77$$

Звездные величины пересчитываются по формуле Погсона $m_2 - m_1 = -2,5 \lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right)$.

Значит, с учётом того что излучение ослабляется пропорционально квадрату расстояния,

$$m_2 = m_1 - 2,5 \lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = m_1 - 2,5 \lg\left(\frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2}\right) = 6^m - 2,5 \lg\left(0,77 \cdot \frac{1^2}{(2,86 \cdot 149,7)^2}\right) \approx 19,44^m$$

Ориентировочные критерии оценивания:

1 балл за демонстрацию кинематики происходящих процессов

2 балла за расчёт расстояние до астероида

2 балла за расчет фазы

2 балла за формулу для расчёта звёздной величины

1 балл за окончательный расчет