

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР**

11 класс

Решения

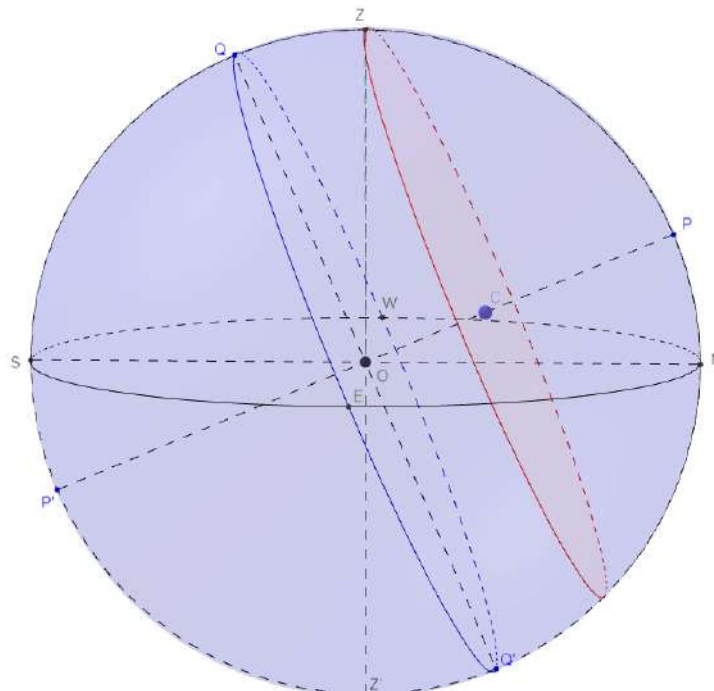
Задание 1 (8 баллов)

В какие даты Солнце может пересекать зенит или надир на тропике Рака?

Решение сопроводите рисунком

Решение

1. Тропик Рака имеет широту равную  $23^{\circ} 26'$ . Это же значение соответствует углу наклона плоскости экватора относительно плоскости эклиптики. Значение широты позволяет нам ориентировать горизонтальную систему координат с I-ой экваториальной

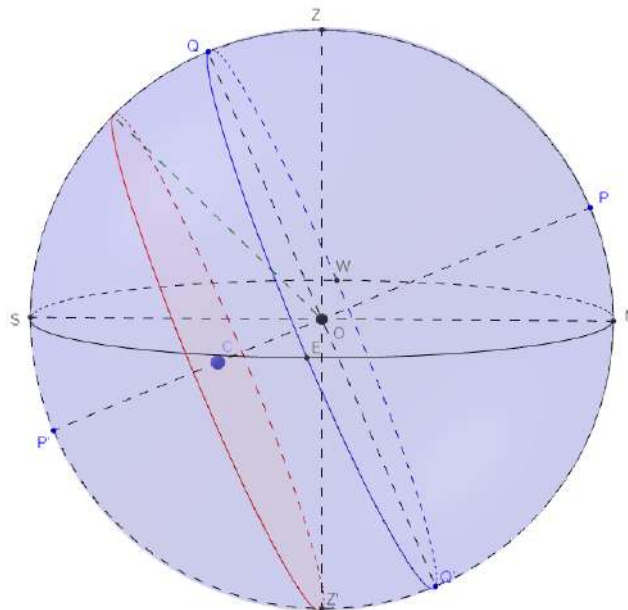


Мы предоставляем объемный рисунок, потому что кажется, что так нагляднее. Для решения задачи достаточно плоского рисунка.

Можно заметить, что, если Солнце проходит через зенит, его верхняя кульминация происходит в зените, и угол  $QOZ$  будет равен склонению Солнца в текущий день.

3. Но также можно увидеть, что угол  $QOZ$  совпадает с углом  $PON$ , а он по определению равен широте места наблюдения. В свою очередь, широта равна углу наклона плоскости экватора к плоскости эклиптики. Это означает, что Солнце находится выше всего над экватором из всех возможных положений – день летнего солнцестояния

#### 4. Ситуация с надиром будет аналогичная



Только склонение Солнца будет со знаком “-” и соответствующий день – день зимнего солнцестояния

#### Задание 2 (8 баллов)

Геостационарные спутники обращаются вокруг Земли с периодом, равным периоду обращения Земли вокруг оси. Такая геостационарная орбита удобна тем, что фактически спутник всегда висит над одной и той же точкой планеты. Определите расстояние от центра Урана до соответствующей ему стационарной орбиты (она бы называлась “ураностационарной”, вероятно).

Решение

Решение

1. В предположении круговых орбит средняя линейная скорость аппарата будет равна  $V = \frac{2\pi R}{T}$

2. С другой стороны, скорость обращения аппарата можно выразить

$$\text{следующим образом } V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

3. Приравняем обе правых части и немного преобразуем

$$\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{GM}{R} \Rightarrow 4\pi^2 R^3 = GMT^2 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

4. Возьмем данные для Урана и преобразуем их в систему СИ:  $T = 62063$  секунд,  $M = 8,72 \cdot 10^{25}$  кг

5. Получим ответ и выразим его в километрах  $R = 82804$  километра

### Задание 3 (8 баллов)

В 1985 году был разработан так называемый Дариский календарь, предназначенный для будущих колонизаторов Марса. Тропический год на Марсе равен 668,591 солов (солнечных суток на Марсе). Календарь устроен таким образом – в году 668 солов, в високосном году – на 1 сол больше. В цикле календаря – 10 лет, каждый нечетный год – високосный. Также год, чей номер без остатка делится на 10 – тоже високосный. Найдите среднюю продолжительность такого календаря, ошибку и за какой промежуток времени накопится ошибка в одни сутки.

### Решение

1. Определим среднюю продолжительность календаря. 6 лет в цикле високосных, 4 – не високосных

$$t = \frac{668 \cdot 4 + 669 \cdot 6}{10} = 668,6 \text{ солов}$$

2. Сравним с тропическим годом и найдем ошибку за год

$$\Delta t = 668,6 - 668,591 = 0,009 \text{ солов в год}$$

3. Найдем промежуток времени в годах, за который накопится ошибка в одним сутки

$$d = \frac{1}{\Delta t} = 111 \text{ лет}$$

Такой календарь по точности сопоставим с Юлианским календарем

#### Задание 4 (8 баллов)

Какая температура  $T_1$  должна быть на поверхности Солнца (текущая  $T_2 = 5500$  К), чтобы его видимая звездная стала равна  $m_1 = -31,7^m$  (текущая  $m_2 = -26,7^m$ )? Радиус Солнца считать неизменным.

#### Решение

1. Разница звездных величин  $-5^m$ . Это не случайно, ведь  $2,512^5 \approx 100$ .
2. Применим формулу Погсона  $\frac{E_1}{E_2} = 2,512^5 = 100$ . Поскольку расстояние до Солнца не изменится, то  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{L_1}{L_2} = 100$ , где  $L$  – светимости
3. Светимость по закону Стефана-Больцмана расписывается следующим образом  $L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R^2 \sigma T_1^4}{4\pi R^2 \sigma T_2^4} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4}$ , так как радиусы равны и константы сокращаются
4. Итак,  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4} = 100 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt[4]{100} = 3,16$ . Таким образом, итоговая температура должна быть равна  $T = 3,16 * 5500 \approx 17400$  К

#### Задание 5 (8 баллов)

Как известно, ускорение свободного падения складывается из двух компонент – гравитационного ускорения и центростремительного ускорения. Исходя из этого факта, определите величину ускорения свободного падения на экваторе Юпитера.

Решение.

1. Найдем гравитационное ускорение

$$F = ma = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow a = \frac{GM}{r^2}$$

2. Подставим значения для Юпитера из справочных данных, переведем

$$\text{сразу в СИ и получим } a = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,89 \cdot 10^{27}}{(7,1492 \cdot 10^7)^2} = 24,66 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

3. Найдем центростремительное ускорение

$$A = \omega^2 * r \Rightarrow A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 * r, \text{ где } T - \text{ период обращения планеты}$$

$$A = \left(\frac{2\pi}{35730}\right)^2 * 7,1492 * 10^7 = 2,21 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

4. Так как дело происходит на экваторе, находим ускорение свободного падения простым сложением векторов

$$g = a - A = 24,66 - 2,21 = 22,45 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Задание 6 (8 баллов)

Абсолютная звездная величина объектов Солнечной системы (обычно обозначается Н) определяется следующим образом:

- Тело должно находиться на расстоянии 1 а.е. от Солнца
- Тело должно находиться на расстоянии 1 а.е. от наблюдателя
- Наблюдаемая фаза должна быть полной (равной единице)

Фактически, это означает, что наблюдатель смотрит на объект, “сидя” в центре Солнца. Если взять два астероида, имеющих одинаковую отражающую

способность и отличающихся только размерами (радиус одного в пять раз больше радиуса другого), то как будут отличаться их абсолютные величины?

### Решение

1. Учитывая, что расстояние довольно большое, все астероиды можно считать точечными объектами, а отражающие поверхности моделировать в виде дисков. Тогда становится понятно, что при одинаковых альbedo освещенность, создаваемая астероидами, будет пропорциональна площади отражающего диска
2. В силу одинаковости расстояния, одинаковости потоков, упавших на поверхность объектов, площади дисков становятся единственным изменяемым параметром, влияющим на создаваемую освещенность, а значит на звездную величину
3. Тогда применим формулу Погсона  $\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{m_2 - m_1} = \frac{S_1}{S_2}$   
Необходимо учесть, что сами площади дисков пропорциональны радиусу в квадрате, таким образом  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = 5^2 = 25$
4. Подставим  $\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{m_2 - m_1} = \frac{S_1}{S_2} = 25 \Rightarrow 25 = 2,512^{\Delta m} \Rightarrow \log(25) = 0,4\Delta m \Rightarrow \Delta m = \frac{\log(25)}{0,4} = 3,5^m$