

10 класс

1. Скорость эволюции звезд

Светимость звезд главной последовательности пропорциональна кубу их массы. Как в таком случае связаны скорость эволюции и масса звезд?

Решение

Очевидно, что время эволюции звезды пропорционально запасам ее термоядерного горючего (т.е. ее массе) и обратно пропорционально интенсивности их расходования (т.е. светимости звезды):

$$t \sim \frac{M}{L}$$

Т.к. по условию

$$L \sim M^3$$

то первое выражение примет вид:

$$t \sim \frac{1}{M^2} = M^{-2}$$

Скорость же эволюции звезды обратно пропорциональна времени ее эволюции:

$$V \sim \frac{1}{t} = M^2$$

Таким образом, скорость эволюции звезд пропорциональна квадрату их массы, т.е., например, вдвое более массивная звезда эволюционирует в четыре раза быстрее.

2. «Эндопланеты»

Представьте, что существовал бы термин «эндопланеты». Какие объекты Вы могли бы отнести к этой категории небесных тел? Приведите два-три примера.

Решение

В настоящее время в астрономии существует и широко используется термин «экзопланеты», под которыми понимаются планеты, обращающиеся не вокруг Солнца, а вокруг других звезд. Греческая приставка «экзо» означает «внешний», «наружный». Греческая же приставка «эндо», наоборот, означает «внутренний».

В связи с этим к «эндопланетам» логично было бы отнести планеты, обращающиеся именно вокруг Солнца, т.е. планеты Солнечной системы. Например, Марс, Юпитер, Земля и т.д.

3. Неподвижная ракета

Космический аппарат массой 3 тонны неподвижно висит над поверхностью Луны. Какую при этом массу продуктов сгорания должен ежесекундно выбрасывать его реактивный двигатель, если скорость реактивной струи равна 1500 м/сек? Изменением массы аппарата вследствие выработки топлива пренебречь. Масса Луны $7,35 \cdot 10^{22}$ кг, а ее радиус 1737 км.

Решение

В соответствии со вторым законом Ньютона в импульсной форме, чтобы космический аппарат неподвижно висит над лунной поверхностью необходимо, чтобы импульс силы тяжести F , действующей на аппарат в течение некоторого небольшого интервала времени Δt , был равен по модулю и противоположен по направлению изменению импульса Δp аппарата за этот интервал времени, вызванному реактивной тягой его двигателей. В таком случае можно записать:

$$\vec{F}\Delta t = -\Delta\vec{p} \quad (1)$$

Направим ось Ox вертикально вверх относительно лунной поверхности. Тогда в проекции на эту ось выражение (1) примет вид:

$$F\Delta t = \Delta p \quad (2)$$

В соответствии с законом сохранения импульса можно записать:

$$\Delta\vec{p} + \Delta m\vec{u} = \vec{0} \quad (3)$$

где Δp – изменение импульса аппарата; Δm – масса топлива, покинувшая аппарат за интервал времени Δt ; u – скорость истечения газов одновременно относительно ракеты и относительно Луны (т.к. аппарат неподвижен относительно лунной поверхности).

В проекции на ось Ox выражение (3) будет иметь вид:

$$\Delta p = \Delta mu \quad (4)$$

Сопоставив между собой выражения (2) и (4), можно записать:

$$F = \frac{\Delta m}{\Delta t} u = \mu u \quad (5)$$

где μ – искомый расход топлива в единицу времени (кг/сек).

Модуль силы тяжести F , действующей на аппарат, равен:

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

где G – гравитационная постоянная; M – масса Луны; m – масса аппарата; R – радиус Луны.

Откуда, с учетом равенства (5), расход топлива будет определяться выражением:

$$\mu = \frac{GMm}{uR^2}$$

$$\mu = \frac{6,6741 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 3000}{1500 \cdot (1,737 \cdot 10^6)^2} \approx 3,3 \text{ кг}$$

4. Солнце и звезда

Некоторая звезда имеет экваториальные координаты $\alpha=06^h$, $\delta=0^\circ$. Какое угловое расстояние разделяет эту звезду и центр солнечного диска 22 декабря?

Решение

Угловое расстояние между небесными светилами отсчитывается вдоль дуги большого круга небесной сферы, проходящего через эти светила.

22 декабря – день зимнего солнцестояния. В этот день экваториальные координаты Солнца равны $\alpha=18^h$, $\delta=-23,5^\circ$. Как можно заметить, в это время Солнце и наша звезда располагаются на одном круге склонения (часовом круге), являющегося большим кругом небесной сферы. При этом и Солнце, и звезда находятся практически в диаметрально противоположных областях небесной сферы на угловом расстоянии, равном $180^\circ - 23,5^\circ = 156,5^\circ$.

5. Неизвестная планета

Противостояния некоторой планеты повторяются через 2 года. Чему равна большая полуось её орбиты?

Решение

Большую полуось орбиты можно определить из третьего закона Кеплера:

$$\frac{T^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a^3}{a_{\oplus}^3} \text{ отсюда: } a^3 = a_{\oplus}^3 \cdot \frac{T^2}{T_{\oplus}^2}$$

Звёздный период T найдём из соотношения

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T}, \quad T = \frac{T_{\oplus} \cdot S}{S - T_{\oplus}}, \quad T = 2 \text{ года}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(1 \text{ a.e.})^3 \cdot (2 \text{ года})^2}{(1 \text{ год})^2}} \approx 1,59 \text{ a.e.}$$

$$a_{\oplus} = 1 \text{ a.e.}$$

6. О планетах

Рассмотрите таблицу, содержащую характеристики планет Солнечной системы. Выберите два утверждения, который соответствуют характеристикам планет.

- 1). Меркурианский год равен меркурианским суткам.
- 2). Средняя плотность планет-гигантов значительно ниже, чем у планет земной группы.
- 3). Первая космическая скорость вблизи Урана составляет примерно 15,1 км/с.
- 4). Ускорение свободного падения на Марсе примерно равно 5,02 м/с².
- 5). Масса Венеры в 1,5 раза больше массы Земли.

Название планеты	Диаметр в районе экватора, км	Период обращения вокруг Солнца	Период обращения вокруг оси	Вторая космическая скорость, км/с	Средняя плотность, г/см ³
Меркурий	4878	87,97 суток	58,6 суток	4,25	5,43
Венера	12 104	224,7 суток	243 суток 0 часов 27 мин	10,36	5,25
Земля	12 756	365,3 суток	23 часа 56 минут	11,18	5,52
Марс	6 7940	687 суток	24 часа 37 минут	5,02	3,93
Юпитер	142 800	11 лет 315 суток	9 часов 53,8 минут	59,54	1,33
Сатурн	120 660	29 лет 168 суток	10 часов 38 минут	35,49	0,71
Уран	51 118	84 года 5 суток	17 часов 12 минут	21,29	1,24
Нептун	49 528	164 года 290 суток	16 часов 4 минуты	23,71	1,67

Решение:

По пункту 1 можно сравнить время обращения вокруг Солнца (меркурианский год) и время вращения вокруг собственной оси (меркурианские сутки). Мы видим, что год равен 87,97 суток, а сутки (меркурианские) равны 58,6 суткам, что значительно меньше. Для измерения принимаются земные сутки. Следовательно, это утверждение не верное.

Пункт 2. Сравнивая табличные значения по плотности планет видно, что действительно плотность планет гигантов ниже, чем у Земли. Это правильное утверждение.

Пункт 3. Так как нам известна (из справочной таблицы) вторая космическая скорость, то мы легко можем посчитать первую космическую скорость, используя формулу $V_2 = V_1\sqrt{2}$

Расчетная скорость равна 15,05, то есть примерно равна 15,1 км/ч, следовательно, данное утверждение правильное.

Пункт 4. Используя формулы: $V_2 = V_1\sqrt{2}$ и $g = \frac{G * M}{R^2}$

вычисляем первую космическую скорость для Марса, а затем определяем ускорение свободного падения. Вычисленное значение равно 3,7 м/с. Сравниваем его с табличным значением равным 5,02 и видим, что реальное значение намного меньше. Следовательно, это утверждение неверное.

Пункт 5. Этот вопрос совсем простой. Можно воспользоваться формулами:

$V = \frac{4}{3} * \pi * R^3$ и $M = \rho * V$ посчитать массу планет. А можно просто посмотреть в таблицу и увидеть, что плотность Земли выше, чем у Венеры, и радиус также у Земли больше, так что и масса будет больше. Таким образом, это утверждение неверное.

Правильные ответы: пункт 2, пункт 3.