

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
Ленинградская область

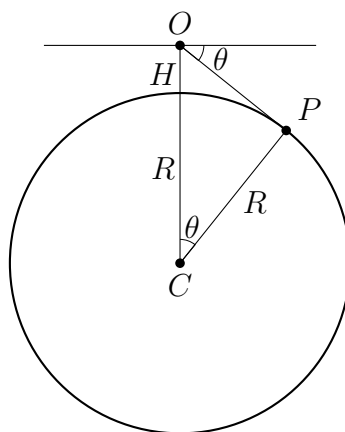
2022
17
ноября

10 класс

Максимальный балл за всю работу равен 40

1. Начинающие астрономы Вася и Петя хотят увидеть конкретную звезду. Находясь на широте $53^{\circ}00'$, Вася забрался на гору высотой 2 км и только тогда смог увидеть звезду на юге, да и то лишь на горизонте. На какую высоту нужно подняться Пете на широте $52^{\circ}00'$, чтобы увидеть ту же звезду хотя бы на южном горизонте? Каким было склонение этой звезды? Наличием атмосферы пренебрегите.

Решение (8 баллов):



При увеличении высоты над поверхностью Земли физический горизонт для наблюдателя понижается, и за счет этого эффекта появляется возможность увидеть немного больше звезд, чем с уровня моря. Определим угол понижения горизонта в зависимости от высоты подъема. Из треугольника «наблюдатель — центр Земли — самая далекая видимая точка Земли» ($\triangle OCP$) угол θ определим как

$$\cos \theta = \frac{CP}{OC} = \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + H}.$$

Для Васи понижение горизонта составит $\arccos(6400/6402) = 1.4^{\circ}$. При этом он видит звезду на юге только на горизонте — значит даже в верхней кульминации звезда едва показывается над физическим горизонтом. Запишем соотношение для высоты верхней кульминации в зависимости от склонения звезды и широты места наблюдения:

$$h = 90^{\circ} - \varphi + \delta.$$

В условиях задачи для Васи

$$-1.4^{\circ} = 90^{\circ} - 53^{\circ} + \delta.$$

Мы можем определить склонение звезды: $\delta = -38^{\circ}.4 = -38^{\circ}24'$.

Для того, чтобы звезда в верхней кульминации была видна на физическом горизонте и для Пети, понижение горизонта θ должно удовлетворять уравнению

$$\theta = 90^{\circ} - 52^{\circ} + \delta = 90^{\circ} - 52^{\circ} - 38^{\circ}.4 = -0^{\circ}.4.$$

Определим высоту подъема:

$$(R_{\oplus} + H) \cos \theta = R_{\oplus} \quad \Rightarrow \quad H = R_{\oplus} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) = 0.16 \text{ км.}$$

Комментарии:

Задача делится на две части (определение склонения и определение высоты подъема), каждая из которых оценивается 4 баллами. При определении высоты правильным считается ответ в пределах от 0.1 до 0.2 км.

2. Космонавт высадился на крупный астероид диаметром 400 км и средней плотностью 2 г/см^3 . Забыв о наличии гравитации, космонавт выпустил из рук фотокамеру. Сколько времени фотокамера будет падать на поверхность астероида, если в момент начала движения она находилась на высоте 1.7 м?

Решение (8 баллов):

Определим ускорение свободного падения на поверхности астероида:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G \rho R = \frac{4}{3}\pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ м} = 0.11 \text{ Н/кг.}$$

Поскольку высота камеры в момент падения много меньше радиуса астероида, мы можем считать ускорение свободного падения постоянным в течение всего падения. Следовательно, мы можем применить стандартную формулу для равноускоренного движения в предположении свободного падения:

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.7}{0.11}} \approx 5.6 \text{ с.}$$

Фотокамера будет падать более 5 секунд — можно успеть поймать ее.

Комментарии:

Определение ускорения свободного падения — 4 балла. Обоснование того, что ускорение можно считать постоянным — 2 балла, получение итогового ответа — 2 балла.

3. Известно, что Сириус имеет абсолютную звездную величину $M = 1^m.5$, а его видимая звездная величина равна $m = -M$. Определите расстояние до Сириуса.

Решение (8 баллов):

Видимая и абсолютная звездные величины некоторого объекта, а также расстояние до него r , выраженное в парсеках, связаны соотношением

$$M = m - 5 \lg r + 5.$$

По условию $m = -M$, поэтому $2M - 5 = -5 \lg r$ и

$$\lg r = 1 - \frac{2}{5}M = 0.4.$$

Отсюда получаем, что $r = 10^{0.4} \approx 2.5 \text{ пк.}$

Комментарии:

Запись соотношения между звездными величинами и расстоянием — 4 балла, вычисление итогового ответа — 4 балла. Если ответ указывается с тремя и более значащими цифрами, но при этом не совпадает в точности с правильным ($2.5119 \dots \text{ пк}$), оценивается только первая часть задачи (а при ее отсутствии за всю задачу выставляется 0).

4. В далёкой планетной системе вокруг центральной звезды с радиусом 0.5 радиуса Солнца по круговым орбитам обращаются две планеты. С первой планеты центральная звезда видна под углом 0.5 градуса, со второй звезды — под вдвое меньшим углом. Чему в астрономических единицах равен радиус орбиты второй планеты?

Решение (8 баллов):

Заметим, что для малых углов величина угла обратно пропорциональна расстоянию до наблюдаемого объекта. Следовательно, вторая планета находится вдвое дальше от звезды, чем первая.

Для земного наблюдателя Солнце имеет угловые размеры около 0.5° , но по условию звезда имеет вдвое меньший радиус. Следовательно, наблюдатель на первой планете вдвое ближе к звезде, чем Земля к Солнцу, то есть радиус орбиты первой планеты равен 0.5 а.е. Вторая планета находится вдвое дальше, следовательно, радиус орбиты второй планеты равен 1.5 а.е.

Комментарии:

Вывод о том, что вторая планета в три раза дальше первой — 3 балла. Знание углового размера Солнца (или оценки, позволяющие получить тот же результат) — 3 балла. Получение итогового ответа — 2 балла.

5. Начинаящий астроном Боря узнал, что координаты звезд могут меняться со временем. Так, современные экваториальные координаты одной из звезд Дракона равны $\alpha = 14^h 4^m 23^s$, $\delta = +64^\circ 22' 33''$, а изменение координат за год составляет $-0''.13$ и $+0''.017$ соответственно. На какое угловое расстояние на небе сдвинется звезда за 100 лет?

Решение (8 баллов):

Сначала обратим внимание на единицы измерения: изменение прямого восхождения указано в угловых секундах, как и изменение склонения, что удобно. Рассчитаем изменение координат за 100 лет, считая темп изменения координат неизменным. Прямое восхождение изменится на $-13''$, склонение — на $1''.7$.

Прямое восхождение и склонение отсчитываются перпендикулярно друг другу, поэтому возникает идея вычислить пройденное расстояние, используя теорему Пифагора. Однако следует вспомнить, что изменение прямого восхождения измеряется вдоль небесного экватора, реальное же смещение по прямому восхождению происходит по малому кругу, проходящему на склонении $+64^\circ 22' 33''$. Таким образом, реальное смещение по небу параллельно небесному экватору произойдет на угол $-13'' \cos(+64^\circ 22' 33'') = -5''.6$. Далее определяем смещение звезды на небе по теореме Пифагора:

$$l = \sqrt{(-5''.6)^2 + (1''.7)^2} = 5''.9.$$

Комментарии:

Учет косинуса склонения при вычислении смещения по прямому восхождению — 4 балла. Вычисление итогового ответа — 4 балла. Если первый этап не выполнен, оценка за задачу не может превышать 4 баллов.