

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
10 КЛАСС

Возможные решения заданий и критерии оценивания

Задание 1. (8 баллов)

Любитель астрономии одновременно наблюдает перемещения вблизи точки зенита самолета и искусственного спутника Земли. Самолет летит на высоте 12 км со скоростью 850 км/час, а спутник – на высоте 400 км с горизонтальной скоростью 7,66 км/с. Какой объект перемещается по небосводу быстрее?

Решение

1. Наблюдатель оценивает быстроту перемещения объектов по угловой скорости **(1 балл)**.
2. Приблизённо угловые скорости ω_i объектов оцениваем по отношениям их линейных скоростей v_i к их радиус-векторам r_i :
 $\omega_i = v_i / r_i$ **(1 балл)**.
3. Вычисляем угловые скорости:
 $\omega_{см} = 8,5 \cdot 10^5 / (3600 \cdot 12000) \approx 0,0197$ рад/с **(2 балла)** ;
 $\omega_{сп} = 7,66 \cdot 10^3 / 400\,000 \approx 0,0192$ рад/с **(2 балла)**.
4. Угловая скорость спутника незначительно меньше скорости самолета **(1 балл)**, что при визуальных наблюдениях не будет заметно: объекты перемещаются практически с одинаковой скоростью **(1 балл)**.
5. Необоснованные утверждения типа «спутник быстрее» оцениваются **0 баллов**.

Задание 2. (8 баллов)

На основании закона всемирного тяготения и основного закона динамики покажите, как периоды обращений искусственных спутников Земли зависят от высоты их круговой орбиты?

Решение

1. Закон всемирного тяготения определяет модуль F сил взаимодействия спутника и Земли:
 $F = GM_3m / (R + h)^2$.
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м³кг⁻¹с⁻², M_3 и R – масса и радиус Земли, m – масса спутника, h – высота орбиты **(1 балл)**.
2. Основной закон динамики связывает силу F , массу m и центростремительное ускорение a спутника:
 $a = F / m$ **(1 балл)**.
3. Центростремительное ускорение определяется также из кинематического соотношения:
 $a = v^2 / (R + h)$, v – скорость спутника **(1 балл)**.
4. Скорость определяется длиной орбиты и периодом T обращения спутника:
 $v = 2\pi(R + h) / T$ **(1 балл)**.
5. Получаем соотношение периодов и высот:
 $4\pi^2(R + h) / T^2 = GM_3 / (R + h)^2$ или $T = (4\pi^2(R + h)^3 / GM_3)^{1/2}$ **(2 балла)**,
которая является следствием третьего закона Кеплера **(2 балла)**.

Задание 3. (8 баллов)

Примерно четыре тысячи лет назад в Китае были измерены высоты кульминаций Солнца в дни летнего и зимнего солнцестояний: $h_1=79^\circ 07'$, $h_2=31^\circ 19'$. При этом Солнце наблюдалось над точкой юга. По результатам измерений определите значение угла ε_n наклона эклиптики к небесному экватору. Как и насколько изменился наклон эклиптики к небесному экватору к настоящему времени?

Решение

1. В Северном полушарии Земли днем высота кульминации Солнца над точкой юга определяется широтой φ места наблюдения и склонением Солнца δ :
 $h = 90^\circ - \varphi + \delta$ (1 балл).
2. Так как в день летнего солнцестояния склонение δ Солнца равно углу ε наклона эклиптики к небесному экватору, то высота кульминации
 $h_{\text{л}} = 90^\circ - \varphi + \varepsilon$ (1 балл).
3. В день зимнего солнцестояния склонение δ Солнца равно углу ε со знаком минус, поэтому высота кульминации
 $h_3 = 90^\circ - \varphi - \varepsilon$ (1 балл).
4. Поскольку $h_{\text{л}} > h_3$, то $h_{\text{л}} = h_1$, $h_3 = h_2$, и для угла ε_K наклона эклиптики в эпоху Древнего Китая получаем
 $\varepsilon_K = (h_1 - h_2)/2 = 23^\circ 54'$ (2 балла).
5. Современное значение берем из справочных данных:
 $\varepsilon_{\text{нс}} = 23^\circ 26'$ (1 балл).
6. За шесть тысяч лет наклон эклиптики к небесному экватору уменьшился на $28'$ (2 балла).

Задание 4. (8 баллов)

Вычислите интервал широт поверхности Земли (с точностью до угловых минут), в пределах которого кульминации Луны могут в принципе происходить в точке зенита?

Решение

1. Высота h верхней кульминации светила для Северного полушария Земли определяется его склонением δ и широтой φ места наблюдения:
 $h = 90^\circ - \varphi + \delta$ (1 балл).
2. При кульминации светила в точке зенита его высота h равна 90° , что соответствует верхней кульминации (1 балл).
3. Искомая широта места наблюдения в Северном полушарии верхней кульминации Луны в зените равна:
 $\varphi_{\text{с.ш.}} = +\delta$ (1 балл).
4. Наибольшее значение широты наблюдения определяется наибольшим значением склонения Луны, которое равно сумме угла ε наклона эклиптики к плоскости небесного экватора и наклона i орбиты Луны к плоскости эклиптики:
 $\varphi_{\text{с.ш.}} = \varepsilon + i = 23^\circ 26' + 5^\circ 8' = 28^\circ 34'$ (2 балла).
5. Для Южного полушария интервал широт будет симметричным относительно экватора Земли со знаком минус:
 $\varphi_{\text{ю.ш.}} = -|\varepsilon + i| = -28^\circ 34'$ (1 балл).
6. Интервал широт кульминации Луны в зените лежит в пределах от $28^\circ 34'$ Ю.Ш. до $28^\circ 34'$ С.Ш. или $-28^\circ 34' < \varphi < 28^\circ 34'$ (2 балла).

Задание 5. (8 баллов)

Для формирования у начинающих любителей астрономии представлений о космических масштабах им предлагают задачу о гипотетическом движении Земли по круговой орбите со скоростью 29 км/с вокруг гипотетического Солнца на расстоянии в один световой год. Оцените массу гипотетического Солнца такой задачи в массах нашего реального Солнца.

Решение

1. Орбитальная скорость планеты v и радиус орбиты определяют центростремительное ускорение планеты a :

$$a = v^2/r, \text{ где } r \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ м. (2 балла).}$$

2. Центростремительное ускорение определяется также из закона всемирного тяготения:

$$a = GM_{\Gamma} / r^2, \text{ где } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3\text{кг}^{-1}\text{с}^{-2}, M_{\Gamma} - \text{масса гипотетического Солнца (2 балла).}$$

3. Масса гипотетического Солнца определяется из соотношения $v^2/r = GM_{\Gamma} / r^2$, $M_{\Gamma} = v^2 r / G = (29\,000)^2 \cdot 9,5 \cdot 10^{15} / 6,67 \cdot 10^{-11} = 12 \cdot 10^{34} \text{ кг (2 балла).}$

4. Масса гипотетического Солнца выражается в массах реального Солнца $M_C = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ отношением масс:

$$M_{\Gamma C} = M_{\Gamma} / M_C \approx 2 \cdot 10^4 = 20000.$$

Масса гипотетического Солнца по космическим масштабам не так уж велика (2 балла).

Задание 6. (8 баллов)

На расстоянии 15 кпк от Земли вспыхнула и угасла сверхновая звезда. Её наибольшая видимая звёздная величина составила $-3,1^m$. Оцените её абсолютную звёздную величину без учёта поглощения излучения в межзвёздной среде. Во сколько раз её наибольшая светимость превышала светимость Солнца?

Решение

1. Видимая m и абсолютная M звездные величины светила взаимосвязаны через расстояние до звезды d в парсеках и фиксированное расстояние $d_0 = 10 \text{ пк}$:

$$M = m - 5 \lg(d/d_0) \quad (2 \text{ балла}).$$

2. Абсолютная звёздная величина сверхновой составила

$$M = -3,1 - 5 \lg(15000/10) \approx -19^m \quad (1 \text{ балл}).$$

3. Абсолютная звёздная величина Солнца $M_C = 4,8^m$ (1 балл).

4. Отношение светимостей звезды L и Солнца L_C определяется через их абсолютные звёздные величины:

$$\lg(L/L_C) = 0,4(M_C - M) \quad (2 \text{ балла}).$$

5. Наибольшая светимость сверхновой составила

$$10^{0,4(4,8 + 19)} = 10^{9,52} = 3,3 \cdot 10^9 \text{ светимостей Солнца (2 балла).}$$

Максимальная оценка всех решений – 48 баллов.