**10 класс**

**Предлагается 6 заданий.**

**Рекомендуемое в приказе время проведения олимпиады 120 минут.**

**Максимальное количество баллов за олимпиаду в 10 классе - 56.**

**1. Условие**. Какой из космических телескопов имеет лучшее угловое разрешение: гигантский телескоп имени Джеймса Вебба или телескоп имени Хаббла? Телескоп Дж Вебба состоит из 18 зеркал общим диаметром 6.5 метров и работает в диапазоне от 0.6 до 28.5 мкм, а зеркало телескопа Хаббла имеет диаметр 2.4 метра и работает в диапазоне 0.11-2.4 мкм.

**1. Решение.**

Разрешающая способность – минимальный угол между двумя звездами, видимыми раздельно. В фокальной плоскости телескопа наблюдается дифракционное изображение звезды, угловой размер которого следует из соотношения

$$\alpha\,[радиан] = 1.22\ \lambda / D.$$

В угловых секундах $\alpha'' = 206265\,\lambda / D$ или $\alpha'' = \lambda\,[нм] / D\,[см]$.

Тогда для телескопа Д. Вебба

на ближней границе рабочего диапазона $\alpha'' = \dfrac{600}{40 \cdot 650} = 0.02$,

на дальней границе рабочего диапазона $\alpha'' = \dfrac{28500}{40 \cdot 650} = 1.1$.

Для телескопа Хаббла

на ближней границе рабочего диапазона $\alpha'' = \dfrac{110}{40 \cdot 240} = 0.01$, на дальней границе рабочего диапазона $\alpha'' = \dfrac{2400}{40 \cdot 240} = 0.25$.

Телескопа Хаббла на ближней границе рабочего диапазона дает в два раза меньший кружок рассеяния, разрешение выше в два раза, а на дальней границе рабочего диапазона разрешение лучше даже в четыре раза.

**1. Система оценивания**. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **8**.

Определение разрешающей способности - 1 балл.

Формула для углового размера дифракционного изображения – 3 балла.

Угловое разрешение для телескопа Д. Вебба на ближней границе рабочего диапазона - 1 балл.

Угловое разрешение для телескопа Д. Вебба на дальней границе рабочего диапазона - 1 балл.

Угловое разрешение для телескопа Хаббла на ближней границе рабочего диапазона - 1 балл.

Угловое разрешение для телескопа Хаббла на дальней границе рабочего диапазона - 1 балл.

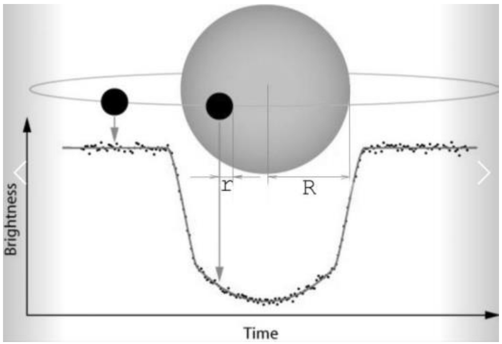
**2. Условие**. При наблюдении звезды, которая по своим физическим характеристикам похожа на Солнце, обнаружено падение ее светимости на 0.1% в течение 5 часов, вызванное обращением экзопланеты вокруг звезды. Считая, что орбита экзопланеты круговая, и прохождение состоялось через центр диска звезды, найти размер планеты, расстояние между планетой и звездой, продолжительность года на экзопланете. Можно ли предположить существование на ней органической жизни?

**2. Решение.**

Экзопланета проецируется на диск звезды с большого расстояния. Поэтому считаем, что соотношение видимых размеров экзопланеты и звезды одинаково соотношению их истинных размеров. Нарисовать схему прохождения экзопланеты. А площади относятся как квадраты радиусов.

Светимость звезды $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ .

Определим радиус экзопланеты в единицах Солнца (звезда, по условию, солнечного типа).




$\frac{S_{планеты}}{S_{Солнца}} = \frac{R^2_{планеты}}{R^2_{Солнца}} = 0.001$, отсюда

$$R_{планеты} = R_{Солнца}\sqrt{0.001} = 0.03 R_{Солнца}$$

*(для сравнения, радиус Земли равен 0.01 радиуса Солнца)*

Время прохождения $T = 5\,часов$ является временем пересечения диаметра диска звезды $D$ (равного диаметру Солнца), откуда скорость $V = \frac{D}{T} = \frac{1400000}{5 \cdot 60 \cdot 60} = 77.8\,км/с$ .

Так как орбита экзопланеты круговая, то можем считать ее скорость равной первой космической. Применяя формулу для первой космической скорости, можем найти размер орбиты экзопланеты

$$V = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{кг \cdot с^2}$$

$M$ -масса звезды, равная солнечной $M = 1.989 \cdot 10^{30}\,кг$

$R$ - радиус звезды, равный солнечному, $h$ - высота орбиты

$$R + h = \frac{GM}{V^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.989 \cdot 10^{30}}{7.78^2 \cdot 10^8} = 2.2 \cdot 10^{10}\,(м) = 2.2 \cdot 10^7\,(км) = 0.148\,а.е.$$

*Получаем удаление экзопланеты от поверхности звезды* h *равным*

$$h = 2.2 \cdot 10^7 - 695500 = 21304500 = 0.142\,а.е.$$

*Для сравнения, орбита Меркурия равна 0.39 а.е.*

Определить продолжительность года на экзопланете можно двумя способами.

способ 1

Продолжительность года $T$ на экзопланете определится как длина окружности – ее орбиты, деленная на скорость

$$T = 2\pi(R+h)/V = 2\pi \cdot 2.2 \cdot 10^7 / 77.8 = 1776684\,(\text{ссек}= 20{,}56(сут)$$

способ 2

Продолжительность года Т на экзопланете возможно определить по третьему закону Кеплера

Поскольку $\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$, при этом массы Солнца и рассматриваемой звезды считаем одинаковыми, значит, можно сравнивать системы Земля-Солнце и звезда-экзопланета.

$\frac{T^2_{Зем}}{T^2_{экзопл}} = \frac{r^3_{Зем}}{(R+h)^3}$, отсюда

$$T_{экзопл} = \sqrt{(R+h)^3} = \sqrt{0.148^3} = 0.057(земныхлет) \approx 20.8\ сут$$

Теперь ответим на вопрос можно ли предположить существование на рассматриваемой экзопланете органической жизни?

Размер планеты подобен размерам планет земной группы (не газовый гигант), можно предположить наличие твердой поверхности. Поток падающей на нее энергии изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от звезды. Экзопланета находится от звезды почти в 7 раз ближе, чем Земля от Солнца, то есть на нее обрушивается поток энергии приблизительно в 50 раз превосходящий приходящий на Землю. Существование органической жизни при таких температурных условиях невозможно.

**2. Система оценивания**. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 17.

Схема прохождения планеты по диску звезды - 1 балл.

Вывод, что соотношение видимых размеров экзопланеты и звезды одинаково соотношению их истинных размеров, а площади относятся как квадраты радиусов. - 2 балла.

Формула светимости звезды - 1 балл.

Определение радиуса экзопланеты в единицах Солнца - 2 балла.

Определение скорости экзоплантеты- 2 балла.

Определение размера орбиты экзопланеты - 2 балла.

Определение удаления экзопланеты от поверхности звезды - 2 балла.

Определение продолжительности года на экзопланете - 2 балла.

Определение существования органической жизни на экзопланете - 3 балла.

**3. Условие.**

Звезда Арктур, находясь на расстоянии 36.7 световых лет, занимает второе место по скорости перемещения относительно звезд на небесной сфере, после звезды Летящая Барнарда. Измерения установили смещение Арктура на небесной сфере по прямому восхождению $\mu_\alpha = -1.1'' / год$ и по склонению $\mu_\delta = -2.0'' / год$ при радиальной скорости $V_r = -5.2\ км/с$. Найти полную пространственную скорость Арктура в километрах в секунду.

**3. Решение.**

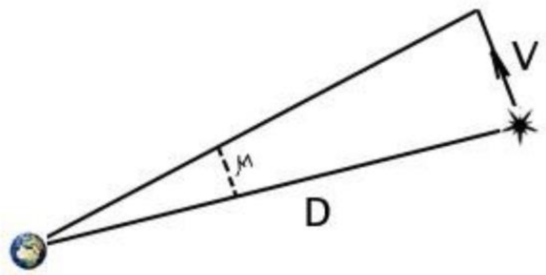



*Рис. Наблюдение звезды с Земли*

В градусной мере в секундах дуги вычисляем полное смещение за год по теореме Пифагора

$$\mu = \sqrt{1.1^2 + 2^2} \approx 2.3'' / год$$

*1 св. год = 63241 а.е.*

На расстоянии D = 36.7 св. лет, *1 год =31536000 сек,* полная скорость $V$ в км/сек

$$V = D \cdot \sin(\mu) = D \cdot \mu = 36.7 \cdot 2.3 / 206265 = 4.1 \cdot 10^{-4}\ (св\ лет / год)$$

Вычисляем полную скорость V в км/сек.

$$V = 4.1 \cdot 10^{-4} \cdot 63241 \cdot 150 \cdot 10^6 / 31536000 = 123.3 (км/с)$$

Ответ: Полная скорость Арктура 123.3 км/с

**3. Система оценивания**. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **8**.

Схема наблюдения звезды с Земли – 2 балла.

Определение полного смещения звезды за год – 3 балла.

Определение полной скорости – 3 балла.

**4. Условие.** Вокруг звезды вращается экзопланета с периодом $T_0 = 1.2\ года$. Но звезда вспыхнула, сбросила оболочку и из красного сверхгиганта превратилась в белого карлика. Наблюдения позволяют предположить, что экзопланета не пострадала, ее орбита не претерпела изменений размеров, но период обращения вокруг звезды увеличился и стал равным $T_1 = 1.3\ года$.

Определить, какая масса звезды была сброшена оболочкой.

**4. Решение.**

Воспользуемся третьим законом Кеплера.

$$\frac{T_0^2(M_0+m)}{T_1^2(M_1+m)} = \frac{a_0^3}{a_1^3} = 1, \text{ так как } a_0 = a_1,$$

пренебрегаем массой экзопланеты, имеем

$$T_0^2 M_0 = T_1^2 M_1,\ M_1 = \frac{M_0 T_0^2}{T_1^2} = 0.85 M_0$$

Итак, оболочкой сброшено 0.15 массы первоначальной звезды.

Ответ: оболочкой сброшено 0.15 массы первоначальной звезды.

**4. Система оценивания**. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **4**.

Формулировка третьего закона Кеплера - 2 балла

Определение массы звезды после сброса оболочки - 2 балла

**5. Условие.**

Новолуние произошло в день осеннего равноденствия.

На какой высоте будет кульминировать Луна в день достижения ею первой четверти в пункте с географической широтой φ?

Найдите высоту Луны также для случая, когда новолуние состоялось в день весеннего равноденствия.

Как будет влиять на высоту Луны наклонение ее орбиты к плоскости эклиптики?

**5. Решение.**

Новолуние произошло в день осеннего равноденствия и примерно через семь дней Луна достигнет фазы первой четверти — Рис. 1.

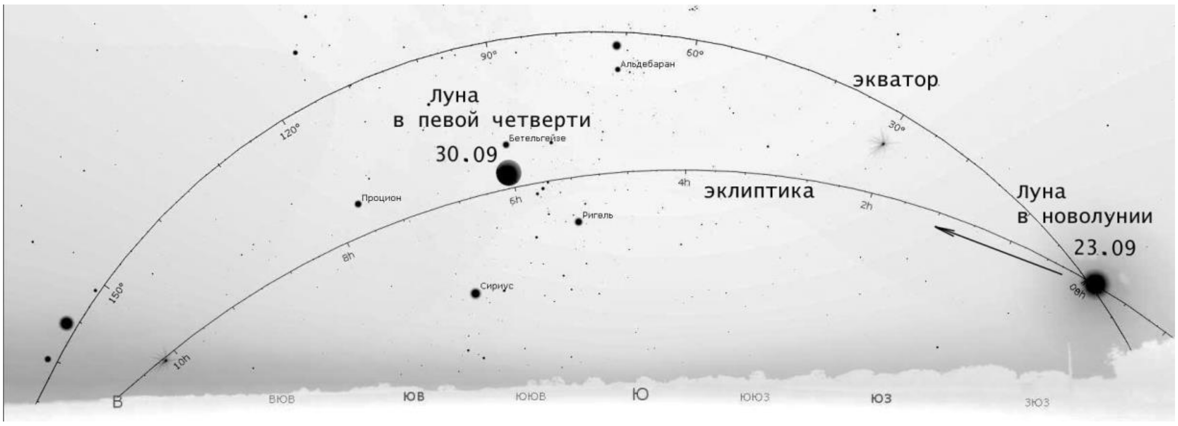



*Рис. 1. Осеннее равноденствие.*

Так как Луна совершает один оборот вокруг Земли примерно за 27,3 дня – сидерический месяц, то она, аналогично Солнцу, совершает полный круг по эклиптике, двигаясь против часовой стрелки со скоростью ~ 13 градусов в сутки. Но в задаче речь идет о фазах Луны, которые зависят от взаимного положения не только Земли и Луны, но и Солнца. Поэтому в данной задаче надо использовать именно синодический месяц, примерно 29 дней, и считать полные обороты Луны относительно Солнца (Рис.2).

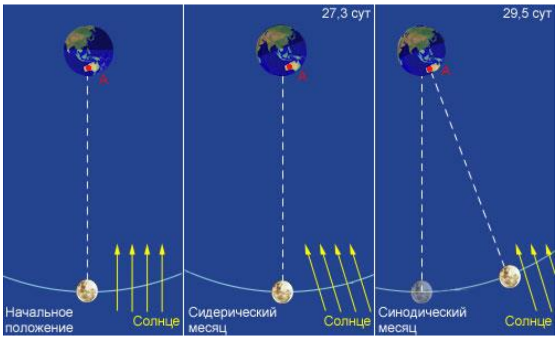



*Рис 2. Продолжительность синодического и сидерического лунного месяца.*

Поскольку после прохождения нисходящего узла линия эклиптики будет отходить от экватора в отрицательную область экваториальной системы координат-Рис. 1, то Луна по мере роста будет увеличивать свое отрицательное склонение. Ее склонение **δ** будет изменяться от $0^0$ в день осеннего равноденствия до -23.5 $^0$ к фазе первой четверти.

Следовательно, высота Луны в верхней кульминации **h** в этом случае определится по формуле:

$$h = 90 - \varphi - |\delta|$$

Для случая новолуния в день весеннего равноденствия Луна, следуя по эклиптике из точки восходящего узла, будет отодвигаться от экватора в положительную область склонений — Рис. 3 и с ростом Луны ее склонение будет увеличиваться от $0^0$ до $23.5^0$ .

$h = 90 - \varphi + \delta$ .

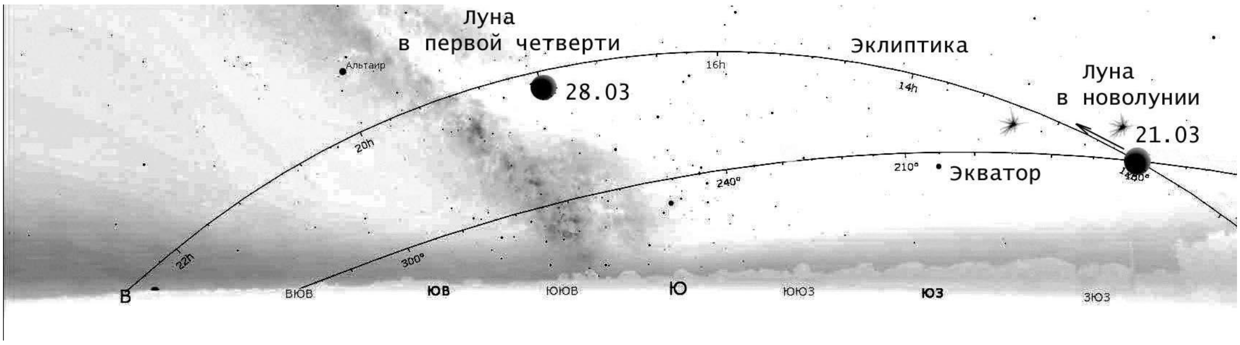



*Рис. 3. Весеннее равноденствие.*

Так как плоскость орбиты Луны не совпадает с плоскостью орбиты Земли, а наклонена к ней примерно под углом $5^0$, то Луна не будет двигаться строго по эклиптике, а будет отклоняться от нее в ту или другую сторону на $5^0$. Это явление оказывает дополнительное влияние на высоту Луны.

**4. Система оценивания**. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **11**.

Указание, что в данной задаче надо использовать именно синодический месяц – 3 балла.

Расчет высоты кульминации Луны – 2 балла.

Указание, что после прохождения нисходящего узла линия эклиптики будет отходить от экватора в отрицательную область экваториальной системы координат – 2 балла.

Указание, что Луна, следуя по эклиптике из точки восходящего узла, будет отодвигаться от экватора в положительную область склонений – 2 балла.

Описание влияния на высоту Луны наклонения ее орбиты к плоскости эклиптики – 2 балла.

**6. Условие.**

Звезда А вдвое горячее, вдвое дальше и выглядит на две звездные величины ярче, чем звезда В. Найдите соотношение размеров звезд. Межзвездное поглощение не учитывать.

**6. Решение.**

Звезда А выглядит на 2 зв. величины ярче, чем звезда В. Следовательно, отношение видимых потоков световой энергии звезд $\frac{I_A}{I_B} = 2.512^2 = 6.3$.

Принимаемые световые потоки $I$ пропорциональны светимостям звезд $L$ и по закону Стефана-Больцмана $L = \sigma T^4 4\pi R^2$ имеем отношение радиусов звезд

$$\frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^{0.5} \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = 2.512 \cdot 4 \approx 10$$

Ответ: $\frac{R_A}{R_B} = 10$

**6. Система оценивания**. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – **8**.

Отношение видимых потоков световой энергии звезд – 2 балла.

Принимаемые световые потоки пропорциональны светимостям звезд – 2 балла.

Запись закона Стефана-Больцмана – 2 балла.

правильная зависимость для отношения радиусов – 1 балл.

правильный числовой ответ – 1 балл.