Районный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
Санкт-Петербург

---

10 класс

Критерии оценивания

1. У одного из крупных астероидов в Солнечной системе полярные круги и тропики попарно совпадают. Найдите угол между осью вращения астероида и плоскостью его орбиты вокруг Солнца.

Решение:

Вспомним определения широт полярных кругов и тропиков для Земли. Если угол наклона плоскости экватора к плоскости эклиптики равен ε, то широты тропиков равны $\varphi_{\text{т}} = \pm\varepsilon$, а широты полярных кругов $\varphi_{\text{п}} = \pm(90^\circ - \varepsilon)$. Приравнивая друг к другу положительные (например) широты, получаем, что $90^\circ - \varepsilon = \varepsilon$, откуда $\varepsilon = 45^\circ$. Искомый угол — дополнение ε до 90°, поэтому он также равен 45°.

Критерии оценивания:

Выражения для широт тропиков и полярных кругов — по 2 балла за каждое (их можно либо знать, либо вывести). Вычисление и формулировка итогового ответа — 4 балла.

2. Крабовидную туманность наблюдают в телескоп с диаметром объектива 12 см и фокусным расстоянием 1 м. Какой размер изображения в фокальной плоскости объектива будет иметь туманность, если она расположена на расстоянии 2 кпк от Солнца и обладает средним диаметром 3.4 пк?

Решение:

Определим видимые угловые размеры туманности:

$$\alpha = \frac{3.4}{2 \cdot 10^3} = 1.7 \cdot 10^{-3}.$$

Угловой размер α наблюдаемого объекта связан с линейным размером d его изображения и фокусным расстоянием объектива F как

$$d = \alpha \cdot F = 1.7 \cdot 10^{-3} \cdot 1\,\text{м} = 1.7\,\text{мм}.$$

Диаметр объектива — лишнее данное, ответ от него не зависит.

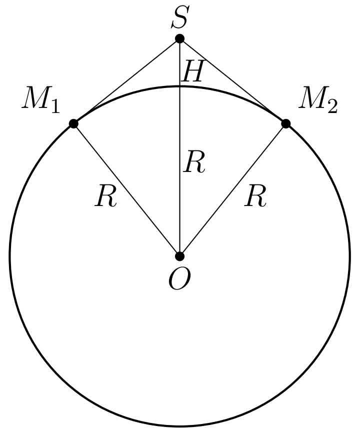
Критерии оценивания:

Определение углового размера туманности (промежуточный численный ответ получать не обязательно; участник может воспользоваться тригонометрическими соотношениями, что при правильном их использовании не уменьшает, но и не увеличивает оценку) — 4 балла. Вычисление линейного размера в фокальной плоскости — 4 балла.

3. Космический корабль подлетел к астероиду радиусом 400 км и вышел на круговую экваториальную орбиту высотой 80 км. Исследователи на борту корабля проводят фотосъемку поверхности астероида. Можно ли на одном снимке увидеть два кратера, если расстояние между ними равно 580 км?

Решение:

Определим угол с вершиной в центре астероида, под которым видны направления на точки M_1 и M_2 — точки видимого горизонта при наблюдении со спутника S.



$$\cos \angle M_1OS = \frac{M_1O}{OS} \quad \Rightarrow \quad \angle M_1OM_2 = 2 \arccos \frac{M_1O}{OS} = 2 \arccos \frac{R}{R+H} \approx 67^\circ.$$

Определим линейное расстояние между точками M_1 и M_2 — наибольшее расстояние между точками, которые можно одновременно наблюдать с космического аппарата:

$$L = 2\pi R \cdot \frac{\angle M_1OM_2}{360^\circ} = 2\pi \cdot 400 \cdot \frac{67^\circ}{360^\circ} = 468\,\text{км}.$$

Это расстояние меньше 580 км, то есть кратеры невозможно наблюдать одновременно и, соответственно, одновременно сфотографировать.

Критерии оценивания:

Определение углового расстояния между предельными доступными точками на поверхности (угла $\angle M_1OM_2$) — 5 баллов. Вычисление и формулировка итогового ответа — 3 балла.

4. У некоторой звезды была измерена видимая звездная величина. Затем на основе первичной оценки параллакса, равной $0''.020$, была рассчитана светимость звезды. Точное значение параллакса равно $0''.025$. Во сколько раз реальная светимость звезды отличается от первичной оценки?

Решение:

Определим расстояния до звезды, учитывая обратную пропорциональность параллакса и расстояния. В первом случае $r_1 = 1/0.020 = 50$ пк, во втором $r_2 = 1/0.025 = 40$ пк.

Видимая звездная величина объекта в обоих случаях одинакова, следовательно, одинакова освещённость, создаваемая звездой. Освещённость прямо пропорциональна светимости объекта и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него:

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}\,.$$

Равенство освещенностей приводит к следующему уравнению:

$$\frac{L_1}{r_1^2} = \frac{L_2}{r_2^2}\,.$$

Отсюда

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{40^2}{50^2} = 0.64.$$

Отметим, что сами расстояния считать было не обязательно — расстояния обратно пропорциональны параллаксам, поэтому справедливо и такое равенство:

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{\pi_1^2}{\pi_2^2}.$$

Конкретное значение видимой звездной величины также несущественно (достаточно знать, что оно не меняется, т.е. освещенность остается постоянной).

Критерии оценивания:

Формулировка соотношения между параллаксом и расстоянием — 3 балла. Формулировка соотношения между светимостью, освещенностью и расстоянием — 3 балла. Вычисление итогового ответа — 2 балла.

5. Радиус орбиты спутника Марса Фобоса составляет 2.8 радиуса Марса, Фобос совершает оборот вокруг Марса за 7 часов 40 минут. Определите среднюю плотность Марса.

Решение:

Запишем III закон Кеплера

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM},$$

где P — период обращения Фобоса, a — радиус его орбиты, M — масса Марса. Домножим обе части равенства на R^3 (R — радиус Марса) и выразим массу Марса через его радиус и среднюю плотность ρ:

$$P^2 \frac{R^3}{a^3} = \frac{4\pi^2 R^3}{G\frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = \frac{3\pi}{G\rho}.$$

Отсюда

$$\rho = \frac{3\pi}{GP^2} \cdot \left(\frac{a}{R}\right)^3.$$

Осталось подставить числа, для чего надо перевести орбитальный период Фобоса в секунды. $P = 7^h 40^m \approx 28 \cdot 10^3$ секунд, поэтому

$$\rho = \frac{3 \cdot 3.14}{6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 28^2 \cdot 10^6} \cdot 2.8^3 = 4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценивания:

Запись III закона Кеплера или аналогичных выражений для движения по окружности под действием силы тяготения — 3 балла. Получение (формульное или сразу с подстановкой чисел) средней плотности — 3 балла. Вычисление итогового ответа — 2 балла.

Если средняя плотность Марса записана в виде ответа без обоснования как $4 \cdot 10^3$ кг/м^3, то за задачу выставляется 2 балла. Ответ без обоснования, записанный с большей точностью (в тех же единицах $3.9 \cdot 10^3$, $3.93 \cdot 10^3$ и т.п.) — 0 баллов за всю задачу (и рекомендация проверить всю работу на списывание).