Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по астрономии Ленинградская область

2022

17 ноября

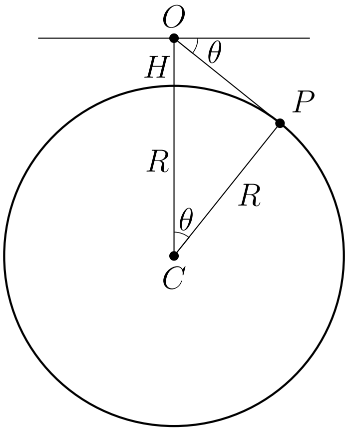
---

11 класс

Максимальный балл за всю работу равен 40

1. Начинающие астрономы Вася и Петя хотят увидеть конкретную звезду. Находясь на широте $53°00'$, Вася забрался на гору высотой 2 км и только тогда смог увидеть звезду на юге, да и то лишь на горизонте. На какую высоту нужно подняться Пете на широте $52°00'$, чтобы увидеть ту же звезду хотя бы на южном горизонте? Каким было склонение этой звезды? Наличием атмосферы пренебрегите.

Решение (8 баллов):



При увеличении высоты над поверхностью Земли физический горизонт для наблюдателя понижается, и за счет этого эффекта появляется возможность увидеть немного больше звезд, чем с уровня моря. Определим угол понижения горизонта в зависимости от высоты подъема. Из треугольника «наблюдатель — центр Земли — самая далекая видимая точка Земли» ($\triangle OCP$) угол θ определим как

$$\cos\theta = \frac{CP}{OC} = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + H}\,.$$

Для Васи понижение горизонта составит $\arccos(6400/6402) = 1.4°$. При этом он видит звезду на юге только на горизонте — значит даже в верхней кульминации звезда едва показывается над физическим горизонтом. Запишем соотношение для высоты верхней кульминации в зависимости от склонения звезды и широты места наблюдения:

$$h = 90° - \varphi + \delta.$$

В условиях задачи для Васи

$$-1.4° = 90° - 53° + \delta.$$

Мы можем определить склонение звезды: $\delta = -38°.4 = -38°24'$.

Для того, чтобы звезда в верхней кульминации была видна на физическом горизонте и для Пети, понижение горизонта θ должно удовлетворять уравнению

$$\theta = 90° - 52° + \delta = 90° - 52° - 38°.4 = -0°.4.$$

Определим высоту подъема:

$$(R_\oplus + H)\cos\theta = R_\oplus \quad \Rightarrow \quad H = R_\oplus \left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) = 0.16\,\text{км}.$$

Комментарии:

Задача делится на две части (определение склонения и определение высоты подъема), каждая из которых оценивается 4 баллами. При определении высоты правильным считается ответ в пределах от 0.1 до 0.2 км.

2. Космонавт высадился на крупный астероид диаметром 400 км и средней плотностью 2 г/см^3. Забыв о наличии гравитации, космонавт выпустил из рук фотокамеру. Сколько времени фотокамера будет падать на поверхность астероида, если в момент начала движения она находилась на высоте 1.7 м?

Решение (8 баллов):

Определим ускорение свободного падения на поверхности астероида:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G \rho R = \frac{4}{3}\pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^3\,\text{кг/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^5\,\text{м} = 0.11\,\text{Н/кг}.$$

Поскольку высота камеры в момент падения много меньше радиуса астероида, мы можем считать ускорение свободного падения постоянным в течение всего падения. Следовательно, мы можем применить стандартную формулу для равноускоренного движения в предположении свободного падения:

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.7}{0.11}} \approx 5.6\,\text{с}.$$

Фотокамера будет падать более 5 секунд — можно успеть поймать ее.

Комментарии:

Определение ускорения свободного падения — 4 балла. Обоснование того, что ускорение можно считать постоянным — 2 балла, получение итогового ответа — 2 балла.

3. Известно, что Сириус имеет абсолютную звездную величину $M = 1^m.5$, а его видимая звездная величина равна $m = -M$. Определите расстояние до Сириуса.

Решение (8 баллов):

Видимая и абсолютная звездные величины некоторого объекта, а также расстояние до него r, выраженное в парсеках, связаны соотношением

$$M = m - 5\,\lg r + 5.$$

По условию $m = -M$, поэтому $2\,M - 5 = -5\,\lg r$ и

$$\lg r = 1\ - \frac{2}{5}M = 0.4.$$

Отсюда получаем, что $r = 10^{0.4} \approx 2.5$ пк.

Комментарии:

Запись соотношения между звездными величинами и расстоянием — 4 балла, вычисление итогового ответа — 4 балла. Если ответ указывается с тремя и более значащими цифрами, но при этом не совпадает в точности с правильным (2.5119... пк), оценивается только первая часть задачи (а при ее отсутствии за всю задачу выставляется 0).

4. Начинающий астроном Боря из Соснового Бора любит фотографироваться. Ясным вечером на берегу моря он попросил сфотографировать его так, чтобы на фото выглядеть ростом с Солнце, только коснувшееся горизонта. На каком расстоянии от Бори должен находиться фотограф, если рост Бори составляет 1 м 50 см?

Решение (8 баллов):

Задача содержит в себе подвох: заходящее Солнце имеет сплюснутую форму за счет явления дифференциальной рефракции — нижний край Солнца поднимается из-за преломления света атмосферой сильнее, нежели верхний край. Но для начала не будем учитывать сплюснутость и получим примерную оценку.

Будем считать угловые размеры Солнца равными $31'$. Видимый рост Бори должен быть точно таким же. Свяжем угловую меру объекта с его размерами h и расстоянием r до него:

$$\alpha\,[\text{рад.}] = \frac{h}{r}\,.$$

Здесь $h = 1.50$ м, $\alpha = 31/60/57.3 = 9 \cdot 10^{-3}$ рад. Тогда расстояние получается равным примерно 170 м.

Что делать, если пытаться учесть различие в преломлении света от нижнего и верхнего краев Солнца? Мы можем лишь попытаться оценить важность эффекта. Солнце на горизонте даже визуально кажется сплюснутым (что означает, что разница вертикального и горизонтального размеров составляет не менее $2' \div 3'$), но все же остается близким по форме к кругу, поэтому сжатие можно оценить как $10\% \div 20\%$. При этом примерно на столько же в большую сторону изменится итоговая оценка расстояния. $170 \cdot 1.2 \approx 200$ м.

Комментарии:

Знание угловых размеров диска Солнца оценивается 2 баллами (возможно использование оценки в пределах от $30'$ до $32'$). Вычисление расстояния до фотографа без учета дифференциальной рефракции — 3 балла. Учет дифференциальной рефракции (допустимы любые сколько-нибудь правдоподобные оценки сжатия) — 3 балла. В случае, если решение задачи заканчивается на получении примерной оценки без учета рефракции, итоговая оценка за задачу не может превышать 5 баллов.

5. Процион — двойная звезда, компоненты которой имеют массы, равные 1.5 и 0.6 масс Солнца. Известно, что эксцентриситет орбит компонент равен 0.4, а минимальное расстояние, на которое сближаются компоненты, составляет 9 а.е. Найдите орбитальный период Процiона в земных годах.

Решение (8 баллов):

Запишем обобщенный III закон Кеплера:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G\left(M_1 + M_2\right)},$$

где P — орбитальный период, a — большая полуось системы, M_1 и M_2 — массы компонент, G — гравитационная постоянная. Сразу же отметим, что задачу существенно проще решать в системе единиц «масса Солнца – астрономическая единица – год», для которой $G = 4\pi^2$. Поэтому в таких единицах

$$P = \sqrt{\frac{a^3}{M_1 + M_2}}.$$

Минимальное расстояние, на котором могут находиться компоненты системы (перицентрическое расстояние) выражается как $r_\pi = a\,(1 - e)$, где e — эксцентриситет, поэтому получаем окончательное формульное выражение для ответа:

$$P = \sqrt{\frac{r_\pi^3}{\left(M_1 + M_2\right)(1 - e)^3}}.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$P = \sqrt{\frac{9^3}{(1.5+0.6)\cdot 0.6^3}} \approx 40 \text{ лет.}$$

Комментарии:

Знание обобщенного III закона Кеплера оценивается 2 баллами, соотношение между перицентрическим расстоянием, большой полуосью и эксцентриситетом — 2 балла. Вычисление итогового ответа — 4 балла. Вычисление может производиться с использованием любой системы единиц, но оценивается более чем 1 баллом только при условии, что все необходимые числовые данные участник знает или определил из каких-то дополнительных оценок. Решение, в котором численный ответ (возможно, неправильный) не получен, оценивается не более чем 4 баллами.