


**Ключи к заданиям муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по астрономии
2022-2023 учебного года
11 класс**

Задача 1: Исторически так сложилось (8 баллов).

Известно, что Солнце в процессе своего годового перемещения проходит через 13 созвездий: 12 зодиакальных и созвездие Змееносец, в котором оно находится в два раза дольше, чем в зодиакальном Скорпионе.

День весеннего равноденствия происходит 20 или 21 марта, когда Солнце проходит через созвездие Рыбы, однако, точка Весны или точка весеннего равноденствия называется точкой Овна . Это связано с тем, что точка весны была примерно посередине созвездия Овна около V века до н.э. в эпоху Древней Греции. Сегодня точка весны переместилась в Рыбы из-за прецессии земной оси, однако, традиционное обозначение сохранилось.

Из данных задачи и таблицы ниже оцените период прецессии. Увеличением средних солнечных суток пренебрегите, орбиту Земли считайте круговой.

Созвездие Время, когда внутри него видно Солнце	Овен	Телец	Близнецы	Рак	Лев	Дева
	19.04-13.05 25 дней	14.05-19.06 37 дней	20.06-20.07 31 день	21.07-9.08 20 дней	10.08-15.09 37 дней	16.09-30.10 45 дней
Весы	Скорпион	Змееносец	Стрелец	Козерог	Водолей	Рыбы
31.10-22.11 23 дня	23.11-29.11 7 дней	30.11-17.12 18 дней	18.12-19.01 32 дня	20.01-15.02 28 дней	16.02-11.03 24 дня	12.03-18.04 38 дней

Решение:

Из-за прецессии происходит перемещение точки весны в другое созвездие по часовой стрелке. Раз мы считаем, что орбита Земли круговая, значит, что каждое созвездие проходит Солнцем примерно с одной и той же скоростью. Это значит, что мы можем взять промежутки времени в днях из таблицы, и с помощью них оценить период прецессии.

За 25 столетий со времен V века до н. э. до наших времен точка весны

сместились с середины Овна (условно - 1 мая) до текущего положения 20 марта примерно на 36 дней. Так как в тропическом году 365 дней (именно столько точке весны надо пройти за полный период прецессии), мы получаем простую пропорцию, из которой сразу же получаем период прецессии T в столетиях:

$$\frac{36 \text{ дней}}{365 \text{ дней}} = \frac{25 \text{ столетий}}{T \text{ столетий}}, \quad T = \frac{365 \times 25}{36} = 25350 \text{ лет.}$$

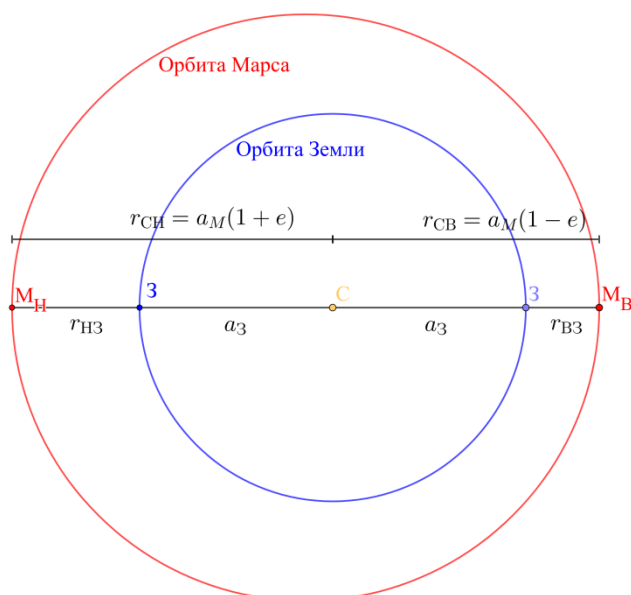
Полученная оценка согласуется с известным значением периода прецессии в 25800 лет, с учетом приблизительного вычисления конкретных дат.

Критерии

Вывод о соответствии дней в таблице угловым перемещениям точки весны по небу	2 балла
Вычисление промежутка времени с точностью до 1 столетия	2 балла
Вычисление скорости смещения точки весны в градусах или днях	2 балла
Вычисление периода прецессии с точностью до 1000 лет	2 балла

Задача 2: Разброс Ареса (8 баллов)

Великое противостояние Марса — это момент взаимного положения Марса и Земли, при котором расстояние между ними наименьшее или очень близко к наименьшему. Представим себе «нижайшее» противостояние Марса — такое противостояние, в котором расстояние от Земли до Марса будет наибольшим. На сколько звездных величин будет тусклее такое противостояние? Орбиту Земли считайте круговой, поглощением в атмосфере пренебрегите.



Решение:

Марс имеет орбиту с большой полуосью a_M и эксцентриситетом e , а орбита Земли имеет радиус a_3 . В великом противостоянии Марс находится вблизи перигелия, в нижайшем - вблизи афелия. Обозначим за расстояния от Земли до Марса и от Солнца до Марса в великом

противостоянии как $r_{ВЗ}$ и $r_{ВС}$ а в нижайшем противостоянии как $r_{НЗ}$ и $r_{НС}$.

Из геометрии рисунка и свойств эллипса видим, что:

$$r_{ВЗ} = a_M(1 - e), r_{ВС} = a_M(1 - e) - a_3,$$

$$r_{НЗ} = a_M(1 + e), r_{НС} = a_M(1 + e) - a_3.$$

Так как Марс не светится сам по себе, а отражает падающий на него свет от Солнца, переизлучая его на Землю, свойства Марса и его фаза в противостояниях одинаковы, поэтому отношение освещенностей в великом и нижайшем противостояниях будут равны отношению обратных квадратов произведения соответствующих расстояний:

$$\frac{E_B}{E_H} = \left(\frac{r_{НЗ}r_{НС}}{r_{ВЗ}r_{ВС}} \right)^2 = \left(\frac{(1 + e)(a_M - a_3 + a_M e)}{(1 - e)(a_M - a_3 - a_M e)} \right)^2,$$

$$\frac{E_B}{E_H} = 4.36.$$

Соответствующая звездная величина Δm находится по формуле Погсона:

$$\Delta m = 2.5 \lg \frac{E_B}{E_H} \approx 1.6^m.$$

Критерии

Вывод о зависимости звездной величины от расстояния от Земли до Марса и от Солнца до Марса	2 балла
Корректная связь искомым расстояний с орбитальными параметрами	2 балла
Вывод формулы для отношения освещенностей, зависящего только от отношения расстояний	2 балла
Применение формулы Погсона для итогового ответа, отличающегося не больше, чем на 0.1^m	2 балла

Задача 3: Эта командировка (8 баллов)

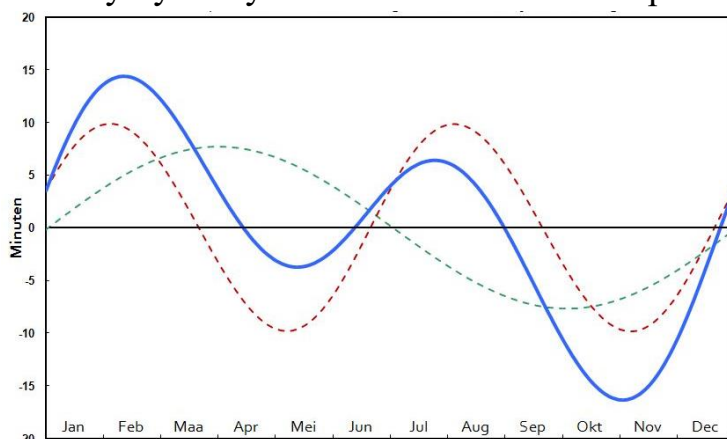
Предположим, что в течение года вы находились в столице Эквадора Кито ($0^\circ 10'$ ю. ш.). Определите, в какой день восход Солнца наступит раньше по местному времени: в день весеннего равноденствия или в день осеннего.

Решение:

В день равноденствия Солнце находится на небесном экваторе, что

делает его склонение равным нулю. Соответственно, истинное солнечное время восхода одинаково в оба равноденствия, однако, местное солнечное время - это среднее время, и его разница с истинным составляет значение уравнения времени (даже не на экваторе).

Уравнение времени состоит из двух основных составляющих: уравнением от эксцентриситета (за счет эллиптичности орбиты Земли, зеленая на рисунке) и уравнением от наклона эклиптики (за счет несовпадения эклиптики и экватора, красная на рисунке). Вторая составляющая в день равноденствий и солнцестояний обращается в ноль, поэтому нужно учесть влияние только первой составляющей.



Уравнение от эксцентриситета равно нулю вблизи прохождения Земли перигея (первые числа января) и афогия (начало июля). Между этими двумя моментами времени оно положительно, когда происходит движение от перигея к афогия, и отрицательно в движении от

афогия к перигею.

Соответственно, вблизи 20 марта средние часы спешат, и рассвет наступит раньше, чем вблизи 23 сентября, когда средние часы запаздывают. Конвенционально, 20 марта — день весеннего равноденствия, однако, весна в этот день происходит только в северном полушарии, правильнее считать этот день осенним равноденствием для южного полушария, где и находится Кито.

Возможный вариант решения: учащийся может взять одну из общепринятых формул для уравнения времени и сделать тот же самый вывод, подкрепив его численными значениями для конкретных дат (7.4 минуты для мартовского равноденствия и -7.4 для сентябрьского). Это решение тоже является верным.

Критерии

Вывод о влиянии уравнения времени	3 балла
Вывод о влиянии уравнения эксцентриситета в конкретные даты ИЛИ корректное вычисление численного значения уравнения времени с помощью формулы	3 балла
Комментарий про равноденствия в южном полушарии	1 балл
Наличие правильного ответа —	1 балл.

Задача 4: Крутись как хочешь (8 баллов)

Материнское газопылевое облако, из которого образовалась Солнечная система, обладало некоторым моментом импульса. Часть его ушла на вращение наиболее массивного объекта — Солнца. О том, с какой скоростью оно вращается вокруг своей оси, мы можем судить по смещению солнечных пятен. Вращение экваториальных слоёв Солнца происходит в периодом в 25 суток, иные широты вращаются, вообще говоря, с бóльшим периодом.

Через 7 миллиардов лет Солнце превратится в красный гигант, увеличившись в радиусе в 256 раз. Оцените, с каким периодом будет вращаться Солнце после его превращения, если момент инерции Солнца прямо пропорционален его массе и квадрату радиуса, масса Солнца после превращения в гигант уменьшится на 30%, а его момент импульса в этом процессе сохранится.

Решение:

Момент импульса Солнца $L=I\omega$, где I — момент инерции Солнца, который пропорционален MR^2 по условию задачи, M — его масса, R — его радиус, а ω — угловая скорость вращения, которую будем считать обратно пропорциональной периоду T .

Таким образом, если в процессе расширения сохранится момент импульса, то

$$\frac{MR^2}{T} = \frac{M'R'^2}{T'}, \quad T' = T \times \frac{M'}{M} \times \left(\frac{R'}{R}\right)^2,$$

$$T' = 25 \times 0.7 \times 256^2 \approx 3140 \text{ лет.}$$

Такой период в течение человеческой жизни зафиксировать практически невозможно (если человечество к тому времени ещё будет существовать).

Критерии

Приведена формула связи момента импульса, момента инерции и угловой скорости вращения	3 балла
Связь угловой скорости вращения с периодом вращения	2 балла
Вычисление периода вращения с точностью до 100 лет	3 балла

Задача 5: Космическая пружина (8 баллов)

Один астроном наблюдал очень любопытную двойную звезду: её одинаковые составляющие колебались друг относительно друга вдоль одной прямой с периодом 190 суток, словно соединенные пружинкой. Определите массу одной звезды, если параллакс системы составляет половину угловой секунды, а максимальное угловое расстояние между ними составляет 1.4 угловых секунды. Орбиты звезд считайте круговыми.

Решение:

Для определения массы нужно использовать обобщенный третий закон Кеплера, связывающий среднее расстояние между звездами a , периодом обращения T и массы звезд M_1 и M_2 :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2},$$

причем использование системы единиц «астрономическая единица, звездный год, масса Солнца» и учет одинаковости звезд позволяет сразу выразить массу звезды в массах Солнца:

$$M = \frac{a^3}{2T^2}.$$

Выразить 180 суток в звездных годах (~ 0.52 звездного года) не составляет труда. Среднее расстояние между звездами a в астрономических единицах сразу определяется из отношения максимального углового расстояния и параллакса: действительно, по определению параллакса, если тот выразить в радианах:

$$p = \frac{a_3}{r},$$

где a_3 - это астрономическая единица, а r — расстояние до системы; однако в то же время для максимального углового расстояния между звездами имеем

$$\alpha = \frac{a}{r},$$

Поделив второе выражение на первое, расстояния сократятся, и мы получаем, что α

$a = 2.8$ а.е. Подставив в формулу для массы, получаем массу одной звезды: 40 масс Солнца, или 8×10^{31} кг.

Критерии

Записан обобщенный третий закон Кеплера	2 балла
Выведено выражение массы одной звезды через период и среднее расстояние	2 балла
Получено среднее расстояние с помощью параллакса и углового	2 балла

расстояния	
Приведена масса одной звезды с точностью до 2 масс Солнца	2 балла

Возможная ошибка: приведена суммарная масса звезд. В таком случае общая оценка снижается на один балл.

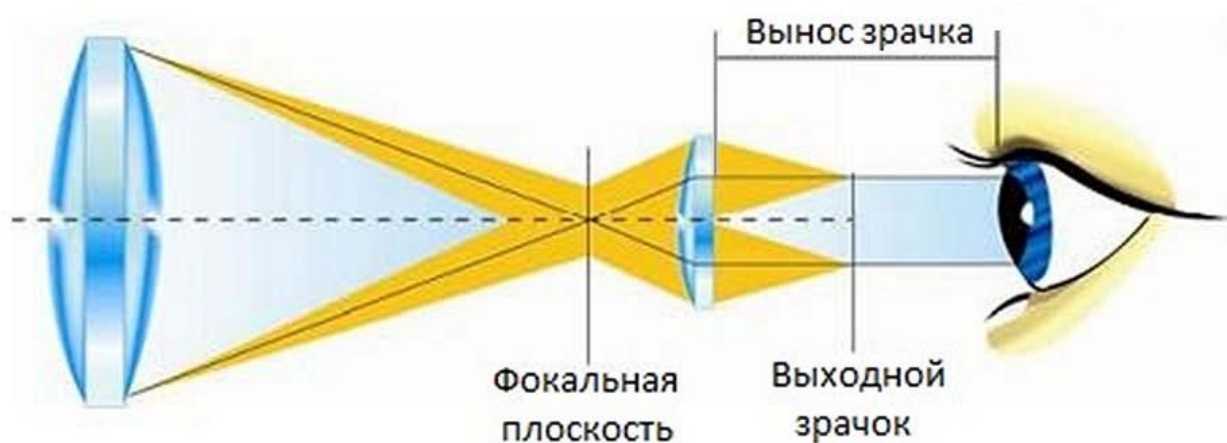
Задача 6: Необъективно (8 баллов)

В закутках школьной лаборантской нашёлся старый телескоп-рефрактор с диаметром главной линзы 6 см и фокусным расстоянием 60 см, вместе с странным окуляром с фокусным расстоянием 10 см. Оцените проникающую способность телескопа с таким объективом и окуляром — звездную величину самой тусклой звезды, которую можно различить в него глазом. Почему окуляр странный? Считайте, что глазом видно максимум звезду с 6^m , потери света на пыльных линзах и фон неба не учитывайте.

Решение:

В случае, если весь поток света попадает в зрачок ($d_{\Gamma} = 6$ мм) наблюдателя, который глазом может наблюдать звезды величиной до 6^m , телескоп с апертурой D позволяет ему наблюдать звезды с предельной величиной

$$m = 6^m + 5 \lg \frac{D}{d_{\Gamma}} = 11^m.$$



Однако, не весь поток попадает в глаз наблюдателя из-за того, что увеличение телескопа, равное отношению фокусных расстояний объектива F и окуляра f , оказывается больше, чем равнозрачковое, из-за чего размер выходного зрачка оказывается больше размеров глазного зрачка:

$$\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{60 \text{ см}}{10 \text{ см}} = 6^x, d = \frac{D}{\Gamma} = \frac{6 \text{ см}}{6} = 1 \text{ см} > 6 \text{ мм}.$$

Для такого устройства будет верной следующая проникающая сила:

$$m = 6^m + 5 \lg \frac{D}{d} = 10^m.$$

В данном случае, неправильно подобранный окуляр съел нам целую

звездную величину — увеличение больше равнозрачкового не имеет практического смысла. Скорее всего, этот окуляр был от другого телескопа...

Критерии

Приведена или выведена формула для проникающей силы в случае полного попадания пучка света в глаз наблюдателя	2 балла
Подсчитана проникающая сила 11^m в случае увеличения, меньше равнозрачкового	2 балла
Подсчитано увеличение и размер выходного зрачка, большего глазного зрачка	2 балла
Подсчитана правильная звездная величина 10^m с точностью 0.5^m	2 балла

Возможная ошибка: в случае игнорирования того факта, что увеличение больше равнозрачкового, за задачу ставится не больше 4 баллов.