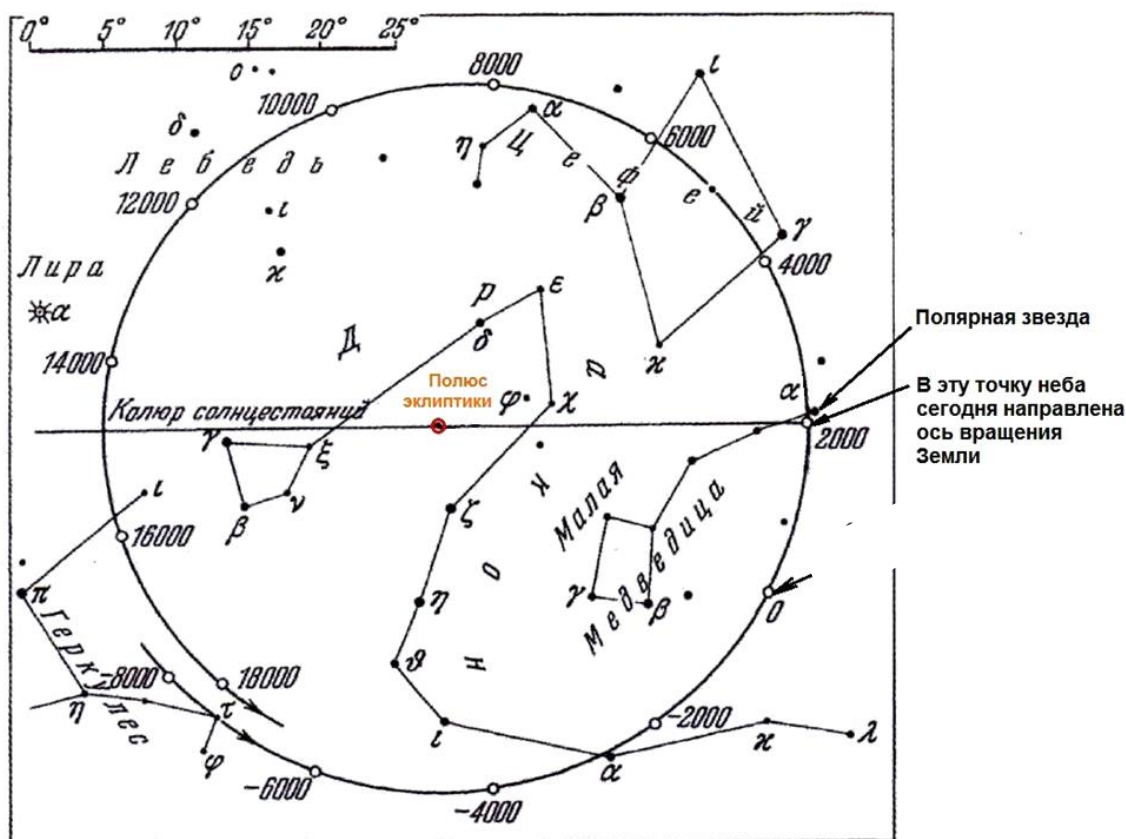


**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
2022-2023 учебный год
11 класс
Максимальный балл – 50 баллов**

Задача №1. «Прецессия». (Максимальный балл – 10 баллов)

Какое угловое расстояние проходит Северный полюс мира в результате прецессии земной оси за 2000 лет?



Возможное решение:

Период прецессии земной оси составляет примерно 25500 лет (см. рисунок). При этом полный поворот составляет 360° . Тогда, за 2000 лет Северный полюс мира описал дугу:

$$\alpha = \frac{360 \cdot 2000}{25500} = 28,2^\circ$$

Схема оценивания:

№	Этап решения	Балл
1	Найден период прецессии земной оси	5
2	Найден угол, на который повернется Северного полюса мира за 2000 лет	5
	Итого:	10

Задача №2. «И дальше века...». (Максимальный балл – 10 баллов)

Космонавт подпрыгнул на железном не вращающемся астероиде радиусом 500 метров с начальной скоростью 1 м/с вертикально вверх. Через какое время после прыжка он вернется на прежнее место? Объем шара считаем по формуле $V=4/3 \pi R^3$, плотность железа 7800 кг/м³.

Возможное решение:

Запишем закон сохранения энергии для прыгнувшего космонавта

$$-G \frac{Mm}{R} + \frac{mv^2}{2} = -G \frac{Mm}{R + H}$$

где M – масса астероида, m – масса космонавта, R – радиус астероида, H – высота прыжка, v – скорость прыжка. После преобразований найдем высоту прыжка космонавта H .

Движение космонавта после прыжка можно представить как движение по очень вытянутому эллипсу с большой полуосью, равной $H/2$. Применим 3 закон Кеплера к движению космонавта по круговой орбите вблизи поверхности астероида и к движению по эллипсу после прыжка:

$$\frac{T_{\text{круг}}^2}{T_{\text{эл}}^2} = \frac{R^3}{\left(\frac{H}{2}\right)^3}$$

где $T_{\text{круг}}$ – период обращения на низкой круговой орбите, $T_{\text{эл}}$ – период обращения по эллипсу после прыжка. Для нахождения $T_{\text{круг}}$ запишем закон всемирного тяготения и второй закон Ньютона:

$$G \frac{Mm}{R^2} = \frac{mv_{\text{круг}}^2}{R}$$

С учетом того, что:

$$T_{\text{круг}} = \frac{2\pi R}{v_{\text{круг}}}$$

Получим:

$$T_{\text{круг}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

Откуда

$$T_{\text{эл}} = \sqrt{\frac{3\pi H^3}{8G\rho R^3}}$$

Произведя необходимые вычисления, получим $T_{\text{эл}} = 17,6$ час.

Схема оценивания:

№	Этап решения	Балл
1	Записан закон сохранения энергии для движения космонавта	2
2	Нахождение высоты, на которую подпрыгнул космонавт	1
3	Идея, о том, что после прыжка космонавт движется по эллипсу	1
4	Использование 3 закона Кеплера	2

5	Нахождение первой космической скорости для движения по круговой орбите	2
6	Нахождение времени движения после прыжка	2
	Итого:	10

Задача №3 «Уравнение времени». (Максимальный балл – 10 баллов)

Уравнение времени (η) – это разница между средним солнечным временем и истинным солнечным временем в один и тот же момент. Уравнение времени можно аппроксимировать следующим выражением

$$\eta = 7,53\cos(B) + 1,5\sin(B) - 9,87\sin(2B)$$

где $B = 360^0 \cdot (N-81)/365$, N – порядковый номер дня, начиная с 1 января, η измеряется в минутах. Вычислите уравнение времени для 20 октября 2022 года.

Автор: Фокин Андрей Владимирович

Возможное решение:

20 октября 2022 года – это 293 день в году. Тогда $B=209,1^0$. Тогда $\eta = -15.7$ минуты

Схема оценивания:

№	Этап решения	Балл
1	Найден номер дня в году	5
2	Найдено значение уравнения времени	5
	Итого:	10

Задача №4. «Земля, Луна, Солнце». (Максимальный балл – 10 баллов)

Известно, что Луна совершает 13 оборотов вокруг Земли в течение земного года. Расстояние от Земли до Солнца больше расстояния от Земли до Луны примерно в 390 раз. Определите во сколько раз Солнце тяжелее Земли?

Возможное решение:

Закон всемирного тяготения для Земли, вращающейся вокруг Солнца:

$$G \frac{M_3 M_C}{R^2} = M_3 \frac{v_3^2}{R}$$

Период обращения Земли при этом:

$$T = \frac{2\pi R}{v_3}$$

Получаем, что расстояние от Земли до Солнца:

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM_C T^2}{4\pi^2}}$$

Закон всемирного тяготения для Луны, вращающейся вокруг Земли:

$$G \frac{M_L M_3}{r^2} = M_L \frac{v_L^2}{r}$$

Период обращения Луны при этом:

$$\frac{T}{13} = \frac{2\pi r}{v_L}$$

Получаем, что расстояние от Луны до Земли:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_3 T^2}{4\pi^2 13^2}}$$

В результате:

$$\frac{M_C}{M_3} = \frac{1}{13^2} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^3 = 351\,000$$

Схема оценивания:

№	Этап решения	Балл
1	Закон всемирного тяготения для Земли, вращающейся вокруг Солнца	2
2	Период обращения Земли	1
3	Расстояние от Земли до Солнца	1
4	Закон всемирного тяготения для Луны, вращающейся вокруг Земли	3
5	Период обращения Луны	1
6	Расстояние от Земли до Луны	1
7	Численный ответ	1
	Итого:	10

Если при решении задачи были использованы численные значения величин из таблиц со справочными материалами, то в сумме выставляется не более 3-х баллов.

Задача №5 «Двойные звезды». (Максимальный балл – 10 баллов)

Определите период обращения компонентов двойной звезды друг относительно друга, если известны следующие параметры данной системы: их суммарная масса примерно 8,4 массы Солнца, годичный параллакс двойной звезды 0,220", большая полуось видимой орбиты 4,32".

Возможное решение:

Третий закон Кеплера в обобщенной форме:

$$\frac{T^2(M_1 + M_2)}{T_1^2(M_C + m_3)} = \frac{a^3}{a_1^3}$$

где $M_1 + M_2$ - суммарная масса компонентов, выраженная в массах Солнца, T – период обращения, a – большая полуось, выраженная в а.е., a_1 – большая полуось земной орбиты (в а.е.), M_C – масса солнца в солнечных ед. массы, m_3 – масса Земли, много меньше массы Солнца.

Отсюда следует, что

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2}$$

При этом:

$$a = \frac{a''}{\pi}$$

Получаем:

$$T = \sqrt{\frac{\left(\frac{a''}{\pi}\right)^3}{M_1 + M_2}} = \sqrt{\frac{(7,56)^3}{4,1}} = 30 \text{ лет}$$

Схема оценивания:

№	Этап решения	Балл
1	Записан обобщенный 3 закон Кеплера	3
2	Из геометрических соображений найдена большая полуось	3
3	Найдено численное значение периода обращения	4
	Итого:	10