ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

РЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ

КРИТЕРИИ И МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ВЫПОЛНЕННЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ АСТРОНОМИИ

2023/24 учебный год

10-11 классы

Задание 1.

Что ярче при наблюдении глазом – одна звезда 1^m, три звезды 2^m или пять звезд 3^m?

Решение. В соответствии с определением звездной величины, звезда 1^m в 2,512 раза ярче звезды 2^m, которая, в свою очередь, в 2,512 раза ярче звезды 3^m. Если обозначить яркость одной звезды 3^m как j, то яркость одной звезды первой величины, трех звезд второй величины и пяти звезд третьей величины составит соответственно:

$$J_1 = j \cdot 2{,}512 \cdot 2{,}512 \approx j \cdot 6{,}310;$$

$$J_2 = j \cdot 2{,}512 \cdot 3 = j \cdot 7{,}536;$$
$$J_3 = j \cdot 5.$$

Выходит, что ярче светят три звезды второй величины.

Максимальный балл – 8.

Задание 2.

Опишите, как и какие именно можно провести астрономические измерения с помощью гномона.

Решение. Гномон, то есть вертикальный шест. При помощи него в момент истинного полдня, т.е. при наименьшей длины тени от Солнца можно определить направление полуденной линии, широту места наблюдения, наклонение эклиптики к экватору, а также истинное солнечное время. Широту проще всего определить в дни равноденствий. В это время полуденная высота Солнца, определяемая по гномону $h = 90^0 - \varphi$. В дни солнцестояний полуденная высота Солнца $h = 90^0 - \varphi \pm \varepsilon$

Максимальный балл – 8.

Задание 3.

Какой будет радиус чёрной дыры, если её масса такая же, как у нашей Земли?

Решение. Исходя из закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона

$$\frac{mv^2}{r} = G\frac{M}{r^2},$$

учитывая, что для чёрной дыры V = c, получаем, $r = \sqrt{G\frac{M}{c^2}}$ = 6,6 см.

Максимальный балл – 8.

Задание 4.

Планета обращается вокруг Солнца по круговой орбите в плоскости эклиптики. Ее синодический период составляет ровно 1 год. Найти радиус орбиты планеты.

Решение. Сразу можно сказать, что планета обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля. В противном случае, двигаясь навстречу Земле, она оказывалась бы на луче Солнце – Земля чаще одного года, вне зависимости от того, внутренняя эта планета или внешняя.

Синодический период планеты S, обращающейся вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, равен

$$\frac{1}{S} = \left|\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right|,$$

где T и T_0 – периоды обращения данной планеты и Земли вокруг Солнца. Так как величины S и T_0 равны друг другу, а величина T не может обращаться в бесконечность, мы можем сделать вывод, что выражение под знаком модуля положительно, и период обращения планеты вокруг Солнца T составляет полгода, то есть планета внутренняя. Радиус орбиты планеты a, выраженный в астрономических единицах, вычисляется из периода T в годах по III закону Кеплера:

$$a = T^{2/3} = 0.63 \text{ а.е.}$$

Максимальный балл – 8.

Задание 5.

Две звезды имеют одинаковые массы и светимости, но поверхность одной из них вдвое горячее поверхности второй. У какой из звезд средняя плотность больше? Во сколько раз?

Решение. По закону Стефана-Больцмана светимость звезды пропорциональна R^2T^4, где R и T – ее радиус и температура. Равенство светимостей при температурах, отличных в два раза, означает, что более холодная звезда имеет радиус, в 4 раза больший, чем у горячей звезды. А при равенстве масс это означает, что плотность более холодной звезды в 64 раза меньше, чем у горячей звезды.

Максимальный балл – 8.

Задание 6.

Малые спутники двух планет обращаются по своим круговым орбитам с одинаковой линейной скоростью, но период обращения одного спутника вдвое больше периода обращения другого. Как соотносятся массы двух планет?

Решение. Запишем формулировку обобщенного III закона Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2}.$$

Здесь a – большая полуось орбиты (в случае круговой орбиты – ее радиус), T – период обращения, M – суммарная масса планеты и спутника. Так как спутники малые, данная величина равна массе планеты. Линейная скорость орбитального движения спутника по круговой орбите равна

$$v = \frac{2\pi a}{T}.$$

Выражая в этой формуле a через v и подставляя в III закон Кеплера, получаем

$$\frac{v^3 T}{2\pi} = GM.$$

По условию задачи, орбитальные скорости спутников одинаковые, а период обращения у первого спутника вдвое больше, чем у второго. Получается, что масса первой планеты вдвое больше массы второй планеты.

Максимальный балл – 8.