

10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

Задача 1. Астероид (8 баллов).

Орбитальная скорость астероида в 2 раза меньше, чем орбитальная скорость Земли. Определите расстояние от Солнца до астероида. Является астероид внешним или внутренним по отношению к Земле? Определите его синодический и сидерический периоды. Астероид и Земля двигаются по круговым орбитам в одном направлении.

Возможное решение:

Орбитальная скорость объекта, обращающегося по круговой орбите вокруг центрального тела массой M, определяется по формуле:

$$v=\sqrt{\frac{GM}{r}},$$

где r — радиус орбиты. (1 балл) И Земля, и астероид обращаются вокруг Солнца, радиус орбиты Земли r_3 = 1 а.е., тогда из условия следует:

$$v_3 = 2v_A; \implies \sqrt{\frac{GM}{r_3}} = 2\sqrt{\frac{GM}{r_A}}, \implies r_A = 4r_3 = 4 \text{ a. e.}$$

(1 балл за верный радиус орбиты).

Астероид является внешним по отношению к Земле. (1 балл)

Теперь найдем звездный, или сидерический, период астероида по III закону Кеплера. Астероид вращается вокруг Солнца, поэтому можно рассматривать его движение в сравнении с Землей, тогда $T_3 = 1$ год, $r_3 = 1$ а.е. (1 балл), значит

$$rac{T_A^2}{T_3^2}=rac{r_A^3}{r_3^3}$$
, $\Longrightarrow r_A^3=T_A^2$, $\Longrightarrow T_A=r_A^{rac{3}{2}}$, $\Longrightarrow T_A=4^{rac{3}{2}}=8$ лет.

(1 балл за формулу в любом правильном виде, 1 балл за верный результат).

Найдем синодический период астероида:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_A}$$
, $\Longrightarrow S = \frac{T_A \cdot T_3}{T_A - T_3} = \frac{8}{8 - 1} = 1,14$ года $pprox$ 417 дней

(1 балл за формулу (в любом правильном виде), 1 балл за верный результат).



10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.



Итого максимум 8 баллов за задачу.

Задача 2. Вдаль от Веги (8 баллов)

Глаз человека может увидеть объекты до 6 звездной величины. Видимая звездная величина Веги - +0.03^m, годичный параллакс -0.13". Определите, на какое расстояние нужно удалиться от звезды Вега, чтобы ее нельзя было увидеть невооруженным глазом. Чему равна абсолютная звездная величина Веги? Межзвездным поглощением пренебречь.

Возможное решение:

Расстояние до звезды в первом случае можно найти, зная годичный параллакс p'' = 0.13'':

$$r_1 = 1/p$$
" $\approx 7,7$ пк.

(3 балла – 2 балла за формулу, 1 балл за вычисления).

Воспользуемся связью абсолютной звездной величины M, видимой звездной величины m и расстояния до звезды r в парсеках и найдем абсолютную звездную величину:

$$M = m + 5 - 5 \cdot \lg(r_1) = 0.03 + 5 - 5 \cdot \lg(7.7) \approx 0.6^m$$
.

(3 балла – 2 балла за формулу, 1 балл за верные вычисления)

Снова воспользуемся той же формулой, чтобы найти новое расстояние до Веги, на котором человек ее не сможет увидеть:

$$M = m_0 + 5 - 5 \cdot \lg(r_2)$$
, $\Longrightarrow \lg(r_2) = \frac{5 + m_0 - M}{5} = \frac{5 + 6 - 0.6}{5} = 2.08$.

Отсюда $r_2 = 120,2$ пк. (2 балла)

Примечание: возможно альтернативное решение, в котором участник может не рассчитывать абсолютную звездную величину, а вспомнить, что освещенность пропорциональна $1/r^2$. Тогда нужно выставлять баллы за 2 и 3 этапы пропорционально продвижению участника в направлении ответа. Если получен верный ответ, то все корректные альтернативные решения должны оцениваться в максимальный балл.

Итого максимум 8 баллов за задачу.





10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

По представленным временам восхода и захода Солнца в нескольких географических пунктах 16 ноября расположите эти города в порядке возрастания широты. Везде указано уфимское время.

Город	Время восхода	Время захода
Уфа	08:49:00	17:14:48
Стерлитамак	08:44:29	17:20:05
Мелеуз	08:41:50	17:22:52
Нефтекамск	09:02:04	17:15:59
Магнитогорск	08:31:14	17:08:33
Озерск	08:34:43	16:51:50
Оренбург	08:37:42	17:31:12

Возможное решение:

Добавляем в таблице еще один столбец – длительность светового дня (т.е. время между заходом и восходом).

Город	Время восхода	Время захода	Световой день
Уфа	08:49:00	17:14:48	08:29:23
Стерлитамак	08:44:29	17:20:05	08:39:00
Мелеуз	08:41:50	17:22:52	08:44:19
Нефтекамск	09:02:04	17:15:59	08:17:43
Магнитогорск	08:31:14	17:08:33	08:40:40
Озерск	08:34:43	16:51:50	08:20:53
Оренбург	08:37:42	17:31:12	08:53:30

Поскольку дата 16 ноября, то склонение Солнца отрицательное.

Будем исходить из того, что на экваторе день равен ночи (с точностью до углового радиуса Солнца и рефракции).



E

10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

Чем севернее мы удаляемся от экватора, тем световой день короче.

При достижении некоторой широты за северным полярным наступает полярная ночь.

Поэтому, определив длительность светового дня, мы можем сделать вывод о том, какие города имеют большую или меньшую широту.

И, соответственно, расставим города по мере убывания длительности светового дня (*и по возрастанию, соответственно, широты*).

Город	Время восхода	Время захода	Световой день
Оренбург	08:37:42	17:31:12	08:53:30
Мелеуз	08:41:50	17:22:52	08:44:19
Магнитогорск	08:31:14	17:08:33	08:40:40
Стерлитамак	08:44:29	17:20:05	08:39:00
Уфа	08:49:00	17:14:48	08:29:23
Озерск	08:34:43	16:51:50	08:20:53
Нефтекамск	09:02:04	17:15:59	08:17:43

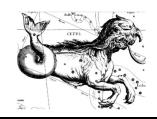
Тогда порядок городов по мере возрастания широты следующий:

Оренбург (наименьшая широта) – Мелеуз – Магнитогорск – Стерлитамак – Уфа – Озерск – Нефтекамск (наибольшая широта).

Разбалловка:

- 1. Догадка о том, что необходимо посчитать длительность светового дня 2 балла
- 2. Получение верных значений длительности светового дня для каждого города **2 ба**лл**a**
- 3. Объяснение принципа, по которому будет сравниваться широта городов (см. начало решения) **2 балла**
- 4. Правильная итоговая последовательность городов 2 балла

Если при вычислениях допущена ошибка, которая не привела к изменению порядка расположения городов, а остальные рассуждения верны, то снимается 1 балл (т.е. ставится 7 баллов).



10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

Если в результате арифметической ошибки/ошибок (не более трех) порядок расположения городов изменился не очень существенно, но остальные рассуждения были верными, то за решение снимается 2 балла (т.е. ставится 6 баллов).

Итого максимум 8 баллов за задачу.

Задача 4. Немного об атмосферах (8 баллов).

Сравните, в атмосфере какой планеты находится больше углекислого газа CO_2 и во сколько раз — на Земле (массовая доля CO_2 - 0,035%) или в атмосфере Марса (массовая доля CO_2 - 95%, атмосферное давление — 6 мбар).

Возможное решение:

Примем, что атмосферное давление на Земле нормальное и равно $p_3 = 10^5$ Па = 1 бар. Атмосферное давление на Марсе $p_{\rm M} = 6$ мбар = $0{,}006$ бар = 600 Па.

Оценим массу атмосферы Земли, считая ее однородной, а ускорение свободного падения постоянным и равным $g_3 = 9.8$ м/с². Радиус планеты $R_3 = 6378.1$ км = 6 378 100 м, тогда площадь поверхности Земли $S_3 = 4\pi R_3^2 = 5.11 \cdot 10^{14}$ м². (1 балл)

Тогда

$$m_3 g_3 = p_3 \cdot S_3$$
, откуда $m_3 = 5.2 \cdot 10^{18}$ кг. (1 балл)

Тогда масса углекислого газа в атмосфере Земли $m_1 = 0.035 \cdot 5.2 \cdot 10^{18} / 100 = 1.82 \cdot 10^{15}$ кг. (1 балл)

Чтобы оценить массу атмосферы Марса аналогичным образом, нужно определить ускорение свободного падения на поверхности Марса.

$$g_{M} = G \frac{M_{M}}{R_{M}^{2}} = 6,672 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,419 \cdot 10^{23}}{(3397200)^{2}} = 3,71 \text{ m/c}^{2}.$$

(1 балл)

Тогда т.к. радиус планеты $R_{\rm M}=3397,2$ км = 3 397 200 м, тогда площадь поверхности Марса $S_{\rm M}=4\pi R_{\rm M}{}^2=1,45\cdot 10^{14}$ м². (1 балл)

Тогда



10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов. $m_{\rm M} {\rm g}_{\rm M} = p_{\rm M} \cdot S_{\rm M}$, откуда $m_{\rm M} = 2,34 \cdot 10^{16}$ кг. (1 балл)

$$m_{\scriptscriptstyle M} {\rm g}_{\scriptscriptstyle {
m M}} = p_{\scriptscriptstyle {
m M}} \cdot {\rm S}_{\scriptscriptstyle {
m M}},$$
 откуда $m_{\scriptscriptstyle {
m M}} = 2{,}34{\cdot}10^{16}$ кг. (1 балл)

Тогда масса углекислого газа в атмосфере Марса $m_2 = 95 \cdot 2,34 \cdot 10^{16}/100 = 2,22 \cdot 10^{16}$ кг. (1 балл)

Таким образом, углекислого газа больше в атмосфере Марса в $m_2/m_1 \approx 12,2$ раза. (1 балл)

Участник может не проводить промежуточных вычислений и получать общие формулы, сделав расчет только в конце. Если формулы верные, то баллы ставятся за соответствующие этапы в полном объеме.

Итого максимум 8 баллов за задачу.

Задача 5. Двойная система (8 баллов).

Близкая к Земле двойная звездная система имеет параллакс 0,286". Период обращения звезд составляет 40,8 года. Угловое расстояние между звездами 4,3". Определите суммарную массу двойной системы.

Возможное решение:

Определим расстояние до звезды, зная ее годичный параллакс 0,286"

$$r = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0.286} = 3.5 \text{ пк}$$

(2 балла – 1 балл за формулу, 1 балл за вычисления)

На втором этапе определим большую полуось системы, так как мы знаем угловое расстояние между звездами и расстояние до системы. Воспользуемся формулой углового размера

$$\rho^{\prime\prime} = \frac{206265 \ a}{r},$$

где a – большая полуось системы (1 балл). Выразим a, получим:

$$a = \frac{\rho'' r}{206265} = 7.3 \ 10^{-5} \text{nk} = 15.05 \text{ a. e}$$



10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.

(1 балл за получение значения а)

Теперь нам известны период и большая полуось системы. Воспользуемся третьим обобщённым законом Кеплера

$$\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

(2 балла за формулу)

Сравним две системы. С индексом 1 будет рассматриваемая нами двойная звезда, а с индексом 2 — система Солнца-Земля, для которой период равен 1 год, а полуось орбиты 1 а.е. Масса системы Солнца-Земля равна одной массе Солнца. Тогда искомая нами суммарная масса двойной системы:

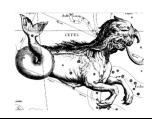
$$(M_1 + m_1) = \frac{(15 \text{ a. e})^3}{(1 \text{ a. e.})^3} \frac{(1 \text{ год})^2}{(40.8 \text{ лет})^2} M_{\odot} = 2.02 M_{\odot}$$

(2 балла за получение ответа).

Итого максимум 8 баллов за задачу.

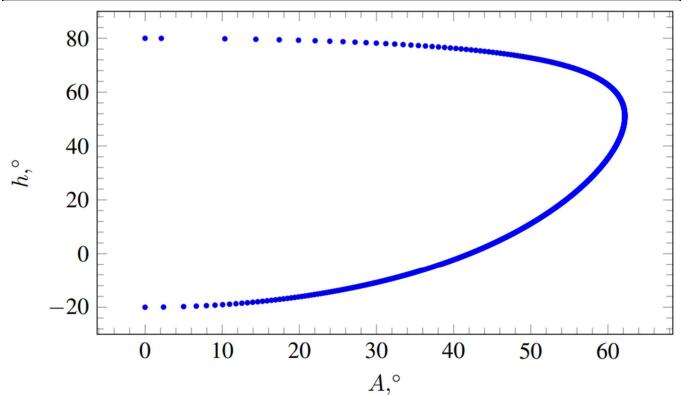
Задача 6. Альт-азимутальная задача (8 баллов).

Вам дана зависимость высоты некоторой звезды от ее астрономического азимута. Определите широту места наблюдения и склонение звезды.





10 класс, 2023/2024 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 48 баллов.



Возможное решение:

Астрономический азимут звезды не превышает 90° , это говорит о том, что звезда не пересекает первый вертикал и все время находится в южной части неба. (1 балл) Кроме того, модуль высоты верхней кульминации больше модуля высоты нижней, значит

наблюдатель находится в южном полушарии. То, что событие происходит в южном полушарии можно также понять из того факта, что нижняя кульминация происходит со стороны точки юга (азимут 0), а не точки севера. В северном полушарии такая ситуация невозможна. (1 балл за аргументированный вывод о том, что наблюдатель находится в южном полушарии).

И верхняя и нижняя кульминации происходит при азимуте $A = 0^0$ (1 балл) на высотах:

$$h\uparrow = 80^{\circ}, h\downarrow = -20^{\circ}.$$
 (1 балл)

В нашем случае обе кульминации звезды происходят по одну сторону от зенита

$$h\uparrow = 90^0 + \phi - \delta$$
; (1 балл);

$$h\downarrow = -90^{0} - \phi - \delta$$
, (1 балл).

Решим систему из двух уравнений с двумя неизвестными:





10 класс, 2023/2024 учебный год

Получим: $80^0 = 90^0 + \delta - (-70^0 - \delta)$, тогда $\delta = -40^0$ (1 балл) $\Rightarrow \phi = -30^0$ (1 балл).

Итого максимум 8 баллов за задачу.