

Задания и решения - 10 класс

1. Противостояния Юпитера и астероида (10 класс)

Некоторый астероид располагается в Главном поясе астероидов, обращаясь вокруг Солнца по орбите, мало отличающейся от окружности. Чаше или реже происходят противостояния этого астероида по сравнению с противостояниями Юпитера? Ответ обоснуйте.

Решение

Астероид принадлежит к Главному поясу, что говорит о его более близком расположении к Солнцу по сравнению с Юпитером. Значит, астероид быстрее движется вокруг нашей звезды, чем Юпитер, и Земле требуется большее время, чтобы его в очередной раз «догнать», и чтобы этот астероид снова оказался в противостоянии. Таким образом, противостояния астероида происходят реже, чем противостояния Юпитера.

2. Высота Капеллы (10 класс)

Во сколько раз различаются между собой максимальная и минимальная высота Капеллы в г. Кострома ($\varphi=57^{\circ}46'$ с.ш., $\lambda=40^{\circ}56'$ в.д.)? Экваториальные координаты Капеллы равны $\alpha=05^{\text{h}}18^{\text{m}}$, $\delta=+46^{\circ}01'$. Атмосферную рефракцию во внимание не принимать.

Решение

Максимальная высота Капеллы будет иметь место в момент ее верхней кульминации, а минимальная – в момент нижней кульминации этой звезды.

Для начала рассчитаем высоту Капеллы в нижней кульминации, т.к. если эта кульминация будет происходить под горизонтом наблюдателя, то ее высота будет отрицательной и сравнение ее с высотой в верхней кульминации будет несколько лишено смысла.

Нижняя кульминация Капеллы будет вычисляться по формуле:

$$h_{\text{г}} = -90^{\circ} + \varphi + \delta = -90^{\circ} + 57^{\circ}46' + 46^{\circ}01' = 13^{\circ}47'$$

Т.к. склонение Капеллы меньше по своей величине широты места наблюдения, то эта звезда будет кульминировать к югу от зенита на высоте:

$$h_{\text{а}} = 90^{\circ} - \varphi + \delta = 90^{\circ} - 57^{\circ}46' + 46^{\circ}01' = 78^{\circ}15'$$

Сравниваем полученные значения:

$$\frac{h_{\text{в}}}{h_{\text{н}}} = \frac{78^{\circ}15'}{13^{\circ}47'} = \frac{78,25^{\circ}}{38,78^{\circ}} \approx 2 \text{ раза}$$

3. Когда зайдет Солнце? (10 класс)

Город Кострома имеет следующие географические координаты: $\varphi=57^{\circ}46'$ с.ш., $\lambda=40^{\circ}56'$ в.д., а г. Нижневартовск $\varphi=60^{\circ}56'$ с.ш., $\lambda=76^{\circ}35'$ в.д. В некоторый день

Солнце в Костроме зашло в $19^{\text{h}}30^{\text{m}}$ по московскому времени. Оцените, в какое примерно время (опять же по Москве) зайдет Солнце в этот день в Нижневартовске? Суточным изменением экваториальных координат Солнца пренебречь.

Решение

Из условия задачи можно заметить, что Нижневартовск находится гораздо восточнее Костромы, широты же городов, наоборот, очень мало различаются между собой. Это означает, что Солнце в Нижневартовске зайдет раньше (по московскому времени), а влиянием разности широт в нашем оценочном расчете можно пренебречь, что заметно упростит дальнейшие выкладки. Таким образом, в нашем случае разница во времени захода Солнца в рассматриваемых городах будет определяться разностью долгот этих населенных пунктов, выраженной в часовой мере. Найдем эту разность:

$$\Delta\lambda^{\text{h}} = \frac{76^{\circ}35' - 40^{\circ}56'}{360^{\circ}} \cdot 24^{\text{h}} \approx 02^{\text{h}}23^{\text{h}}$$

В результате московское время захода Солнца в Нижневартовске примерно будет равно:

$$19^{\text{h}}30^{\text{m}} - 02^{\text{h}}23^{\text{m}} \approx 17^{\text{h}}07^{\text{m}}$$

4. Расход солнечного водорода (10 класс)

Масса ядра водорода (протона) равна $1,67262177774 \times 10^{-27}$ кг, а масса ядра гелия (альфа частицы) $6,644656 \times 10^{-27}$ кг. Оцените, сколько в секунду на Солнце «сгорает» водорода, сколько при этом образуется гелия и насколько Солнце теряет в своей массе. Светимость Солнца равна $3,828 \times 10^{26}$ Вт.

Решение

В ходе происходящих в ядре Солнца термоядерных реакций синтеза, четыре ядра водорода (четыре протона) в результате определенной цепочки последовательных преобразований превращаются в одно ядро гелия (альфа частицу). Разница между массой входящих в реакцию компонентов (четырех ядер водорода) и массой конечного продукта реакции (ядром гелия) преобразуется в энергию в соответствии с формулой Эйнштейна:

$$E = mc^2$$

В соответствии с этим, энергия, которая выделится при превращении четырех ядер водорода в ядро гелия, будет равна:

$$\Delta E = (4m_{\text{H}} - m_{\text{He}})c^2$$

где m_{H} – масса ядра водорода, m_{He} – масса ядра гелия, c – скорость света.

Масса водорода, ежесекундно «сгораемая» в термоядерных реакциях в недрах Солнца, соответственно, будет равна:

$$M_{\text{H}} = \frac{L}{\Delta E} \cdot 4m_{\text{H}} = \frac{4L \cdot m_{\text{H}}}{(4m_{\text{H}} - m_{\text{He}})c^2} \approx 622 \text{ млн. тонн}$$

где L – светимость Солнца.

Потеря массы Солнца на излучение в секунду составит:

$$\Delta M = \frac{L}{c^2} \approx 4 \text{ млн. тонн}$$

Исходя из закона сохранения массы/энергии, можно записать:

$$M_{\text{H}} = \Delta M + M_{\text{He}}$$

Откуда масса ежесекундно синтезируемого на Солнце гелия составит:

$$M_{\text{He}} = M_{\text{H}} - \Delta M \approx 618 \text{ млн. тонн}$$

Таким образом, в недрах Солнца каждую секунду примерно 622 млн. тонн водорода превращается в 618 млн. тонн гелия, а около 4 млн. тонн массы Солнца уносится энергией его электромагнитного излучения.

5. Туманность Андромеды на небе (10 класс)

Галактика Андромеды наблюдается на небе в виде вытянутого туманного образования веретенообразной формы, имеющего угловую длину 3° и ширину в наиболее широкой своей части 2° . Оцените угловую площадь, которую занимает данная галактика на нашем небосводе. Сравните ее с угловой площадью диска Луны, имеющей поперечник $0,5^\circ$.

Решение

Для начала надо определиться, как лучше прикинуть ту площадь, которую занимает на небе галактика Андромеды. Если ее рассматривать, например, просто как прямоугольник со сторонами 2° и 3° , то это будет слишком грубое приближение. В условии задачи говорится о видимой веретенообразной форме этой галактики на небе. Поэтому эту форму логичнее будет аппроксимировать эллипсом, большая и малая полуоси которого, соответственно, равны $a=1,5^\circ$ и $b=1^\circ$. Площадь же эллипса, как известно, равна πab . Тогда площадь на небе, которую занимает галактика Андромеды, примерно составит:

$$S_{\text{Анд}} = \pi \cdot 1,5^\circ \cdot 1^\circ \approx 4,7 \text{ квадр. градусов}$$

Сравним эту площадь видимой площадью лунного диска на небе:

$$\frac{S_{\text{Анд}}}{S_{\text{Moon}}} = \frac{\pi ab}{\pi(\rho_{\text{Moon}})^2} = \frac{ab}{(\rho_{\text{Moon}})^2} = \frac{1,5^\circ \cdot 1^\circ}{(0,25^\circ)^2} = 24 \text{ раза}$$

6. Комета Галлея (10 класс)

Эксцентриситет орбиты кометы Галлея равен 0,967, а минимальное расстояние от Солнца равно 0,586 а.е. Исходя из этого, определите период ее обращения вокруг нашей звезды.

Решение

Перигелийное расстояния кометы **q**, эксцентриситет ее орбиты **e**, а также большая полуось орбиты **a** связаны между собой соотношением:

$$q = a(1 - e)$$

Период обращения **T** кометы находится из третьего закона Кеплера. Если этот период выражать в годах, а большую полуось орбиты в астрономических единицах, то третий закон Кеплера будет иметь вид:

$$T^2 = a^3$$

Выразив большую полуось орбиты кометы из первого равенства, и подставив его во второе, найдем искомый период:

$$T = a^{3/2} = \left(\frac{q}{1 - e} \right)^{3/2} = \left(\frac{0,586}{1 - 0,967} \right)^{3/2} \approx 75 \text{ лет}$$