



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
Ленинградская область

2023
14
ноября

10 класс

Максимальный балл за всю работу равен 40

1. На широте Санкт-Петербурга одновременно взошли две звезды. Склонение первой равно -6° , склонение второй равно $+5^\circ$. Какая из звезд зайдет раньше?

Решение (8 баллов):

Первая звезда находится южнее небесного экватора, вторая звезда — севернее, при этом удаления от экватора невелики.

Для наблюдателя в умеренных широтах Северного полушария это означает, что первая звезда находится над горизонтом меньше, чем вторая. С учётом одновременности восхода, первая звезда зайдет раньше.

Комментарии к оцениванию:

Вывод о том, что чем меньше склонение, тем меньше время нахождения объекта над горизонтом — 4 балла. Формулировка итогового ответа — 4 балла.

2. С поверхности Земли проводится радиолокация астероида, движущегося в плоскости эклиптики по круговой орбите. Известно, что в максимальной элонгации сигнал до астероида идет втрое дольше, чем в нижнем соединении. Определите радиус орбиты астероида.

Решение (8 баллов):

Пусть r — радиус орбиты астероида, выраженный в астрономических единицах. Тогда радиус орбиты Земли равен 1. Поскольку астероид может находиться в нижнем соединении (и в максимальной элонгации), то это означает, что он находится ближе к Солнцу, чем Земля, т.е. $r < 1$.

Расстояние в момент нижнего соединения равно $1 - r$, расстояние в максимальной элонгации выражается из теоремы Пифагора как $\sqrt{1 - r^2}$. Поскольку отношение расстояний равно 3, то

$$\frac{\sqrt{1 - r^2}}{1 - r} = 3$$

или

$$\sqrt{\frac{1 + r}{1 - r}} = 3.$$

Возводя в квадрат и решая получившееся уравнение, находим $r = 0.8$ а.е.

Комментарии к оцениванию:

Вывод о том, что астероид ближе к Солнцу, чем Земля — 2 балла. Запись расстояний в нижнем соединении и в максимальной элонгации — по 2 балла за каждое. Итоговый численный ответ — 2 балла.

3. Определите, сколько юпитерианских дней содержится в месяце, который определяется Европой (аналогично определению месяца Луной для землян). Юпитер совершает один оборот вокруг своей оси за 10 часов, при этом он массивнее Земли в 318 раз. Радиус орбиты Европы больше радиуса орбиты Луны в 1.75 раза.

Решение (8 баллов):

Суть задачи сводится к нахождению времени оборота Европы вокруг Юпитера. Запишем третий закон Кеплера для системы Земля–Луна (индексы \oplus и ζ соответственно) и Юпитер–Европа (индексы \jmath и E соответственно):

$$\frac{T_{\zeta}^2}{a_{\zeta}^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\oplus}}; \quad \frac{T_E^2}{a_E^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\jmath}}.$$

Здесь T — период обращения спутника, a — радиус орбиты спутника, G — гравитационная постоянная, M — масса планеты (массой спутников пренебрежем). Поделив одну формулу на другую и произведя необходимые преобразования получим отношение периодов:

$$\frac{T_{\zeta}}{T_E} = \sqrt{\left(\frac{a_{\zeta}}{a_E}\right)^3 \frac{M_{\jmath}}{M_{\oplus}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{1.75}\right)^3 \frac{318}{1}} = \sqrt{0.187 \cdot 318} \approx 7.7.$$

Мы получили, что период обращения Европы вокруг Юпитера в 7.7 раза меньше, чем длительность оборота Луны вокруг Земли. Вычислим эту величину в часах, учитывая, что сидерический лунный месяц составляет $27^d.3$:

$$\frac{27^d.3 \cdot 24^h}{7.7} \approx 85^h.$$

Таким образом, длительность месяца на Юпитере, определяющаяся Европой, составляет 8.5 юпитерианских суток.

Комментарии к оцениванию:

Запись III закона Кеплера или аналогичного выражения, полученного из решения задачи о движении по окружности под действием постоянного ускорения — 3 балла. Знание продолжительности сидерического месяца (допустима оценка от 27 до 28 суток) — 3 балла. Вычисление итогового ответа — 2 балла.

4. Искусственный спутник Земли двигался по круговой орбите. В результате маневра его перевели на орбиту с радиусом на 50% больше. Оказалось, что орбитальная скорость на новой орбите на 1 км/с меньше, чем на первоначальной. Определите радиус первоначальной орбиты.

Решение (8 баллов):

На первоначальной круговой орбите скорость равна $V_1 = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r}}$, а на новой орбите

$$V_2 = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r + \Delta r}}.$$

Обозначим изменение скорости как ΔV , тогда

$$\Delta V = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r}} - \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r + \Delta r}}.$$

Преобразуя выражение справа, получаем

$$\Delta V = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right),$$

откуда

$$r = \frac{GM_{\oplus}}{(\Delta V)^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right)^2.$$

Вычислить результат можно как непосредственной подстановкой числовых данных, так и учитывая, что круговая (первая космическая) скорость v_0 на поверхности Земли равна примерно 8 км/с, поэтому радиус Земли выражается как

$$R_{\oplus} = \frac{GM_{\oplus}}{v_0^2},$$

и ответ задачи можно записать в форме

$$\frac{r}{R_{\oplus}} = \frac{v_0^2}{(\Delta V)^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right)^2.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$\frac{r}{R_{\oplus}} = \frac{8^2}{1^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + 0.5}}\right)^2 \approx 2.2.$$

Таким образом, поскольку радиус Земли $6.4 \cdot 10^3$ км, то радиус первоначальной орбиты — это $6.4 \cdot 2.2 \approx 14$ тысяч км.

Комментарии к оцениванию:

Запись выражения для круговой скорости (или его получение) — 2 балла. Получение формульного выражения для радиуса — 2 балла. Знание необходимых констант (гравитационной постоянной и массы Земли или первой космической скорости и радиуса Земли) — 2 балла (по 1 баллу за каждую константу, с точностью до одной значащей цифры). Вычисление итогового ответа — 2 балла. Если участник дает правильный ответ, выраженный в радиусах Земли, ему засчитывается и последний этап, и 1 балл за «знание» радиуса Земли, численное значение которого в этом случае в решении не требуется.

5. Юпитер и Уран сейчас находятся на небе недалеко друг от друга. Видимая звездная величина Урана $+5^m.6$, видимая звездная величина Юпитера $-2^m.9$. Найдите отношение освещенностей, создаваемых Юпитером и Ураном на Земле.

Решение (8 баллов):

Поскольку видимая звездная величина m по определению связана с освещенностью E зависимостью

$$m = -2.5 \lg E + \text{const},$$

то разность звездных величин связана с отношением освещенностей как

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{E_1}{E_2}.$$

Отсюда

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)}.$$

Подставляя числовые данные (пусть индекс «1» относится к Юпитеру, а «2» — к Урану), получаем

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{0.4(5.6 + 2.9)} \approx 2.5 \cdot 10^3.$$

Комментарии к оцениванию:

Определение видимой звездной величины — 3 балла. Выражение для отношения освещенностей — 3 балла. Вычисление итогового ответа — 2 балла.