

1. Астрономическая карусель

8 баллов

Игнатьев В.Б.

Вам предоставлены 4 астрономических утверждения. Укажите какие из них верные, а какие нет. Обязательно поясните для каждого случая, почему вы так думаете.

- A. Восход Солнца и верхняя кульминация Солнца наступают раньше на вершине Останкинской телебашни, нежели у ее основания.
- B. У водородной плазмы молярная масса равна 2 г/моль.
- C. Шаровые скопления находятся в диске нашей Галактике и ее балдже, так как там больше межзвездного газа, необходимого для их образования.
- D. Сверхновые звезды - это молодые, только образовавшиеся звезды, в которых начались термоядерные реакции.

Решение.

Рассмотрим подробно каждое из четырех утверждений.

- A. Восход Солнца и верхняя кульминация Солнца наступают раньше на вершине Останкинской телебашни, нежели у ее основания
Восход Солнца на вершине телебашни наступит действительно раньше, но верхняя кульминация наступит одновременно, т.к. она не зависит от высоты наблюдателя. Следовательно данное утверждение - не верно.

- В. У водородной плазмы молярная масса равна 2 г/моль.
Плазма из водорода, состоит из ионов водорода и имеет молярную массу 1 г/моль. Следовательно данное утверждение - не верно.
- С. Шаровые скопления находятся в диске нашей Галактике и ее балдже, так как там больше межзвездного газа, необходимого для их образования.
Шаровые звездные скопления не образуются в Галактике в нынешнюю эпоху. Это одни из самых старых объектов Галактики. Следовательно утверждение - не верно.
- Д. Сверхновые звезды - это молодые, только образовавшиеся звезды, в которых начались термоядерные реакции.

Сверхновые звезды - это финальная стадия эволюции звезд. Сверхновые I типа - коллапсирующие белые карлики в двойных системах. Сверхновые типа - конечная стадия эволюции звезд с массой больше $8M_{\odot}$. Следовательно данное утверждение - не верно.

Ответ. А — Неверное, В — Неверное, С — Неверное, D — Неверное

Критерии оценивания.

Правильное указание о верности или ложности утверждений А–D	8
за каждое с пояснением	+2
за каждое без пояснений	+1

2. Внеземная обсерватория

8 баллов
Игнатьев В.Б.

Автоматическая обсерватория, расположенная на Церере наблюдала за звездой в созвездии Большой Медведицы и определила ее параллакс $0.027''$. Орбиту Цереры считать круговой, а радиус равным $a = 2.7$ а.е.. Абсолютная звездная величина Солнца $M_{\odot} = 4.8^m$. Определите:

- Расстояние от Солнца до этой звезды
- Какая звездная величина будет у Солнца, если наблюдать за ней из окрестностей этой звезды?

Решение.

1. Найдем расстояние до звезды в созвездии Большой Медведицы с учетом того, что база для параллакса на Церере больше чем на Земле:

$$\pi = \frac{a}{D} D = \frac{a}{\pi} = \frac{2.77}{0.027''} \approx 100 \text{ пк}$$

2. Определим звездную величину Солнца из окрестностей этой звезды. Известно что абсолютная звездная величина Солнца составляет $M = 4.8^m$. По определению абсолютной величины расстояние до звезды 10 пк. Звезда же в Большой Медведице находится в 10 раз дальше. Значит и на Солнце мы будем смотреть с расстояния в 10 раз большем, чем в случае абсолютной звездной величины. Свет от источника ослабляется с квадратом расстояния. Следовательно в 10 раз дальше значит в 100 раз слабее. Что соответствует ослаблению ровно на 5^m .

$$m_{\odot} = M_{\odot} + 5^m = 4.8^m + 5^m = 9.8^m$$

Ответ. $D = 100$ пк, $m_{\odot} = 9.8^m$

Критерии оценивания.

Формула параллакса.....	2
Правильный учет в базе параллакса орбиты Цереры.....	2
Определение падения яркости Солнца.....	2
Определение видимой звездной величины.....	2

3. Астероид

16 баллов

Кузнецов М.В.

Орбитальная скорость движения астероида в 3 раза меньше орбитальной скорости Земли вокруг Солнца. Орбиту астероида считать круговой. Определите:

- А. Радиус орбиты астероида
- В. Орбитальный период
- С. Период повторения противостояний для наблюдателя с Земли.

Решение.

Определим радиус орбиты астероида:

$$V = \sqrt{G \frac{M}{a}}$$
$$\frac{V_a}{V_{\oplus}} = \frac{\sqrt{G \frac{M_{\odot}}{a_a}}}{\sqrt{G \frac{M_{\odot}}{a_{\oplus}}}} = \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{a_a}}$$
$$a_a = a_{\oplus} \left(\frac{V_{\oplus}}{V_a} \right)^2 = 9 \text{ а.е.}$$

Определим орбитальный период. Воспользуемся III-м законом Кеплера:

$$\left(\frac{T_a}{T_{\oplus}} \right)^2 = \left(\frac{a_a}{a_{\oplus}} \right)^3$$
$$T_a = T_{\oplus} \left(\frac{a_a}{a_{\oplus}} \right)^{\frac{3}{2}} = 1 \left(\frac{9}{1} \right)^{\frac{3}{2}} = 27 \text{ лет}$$

Период повторения противостояний для наблюдателя с Земли, будет синодическим периодом астероида при наблюдении с Земли:

$$\frac{1}{S_a} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_a}$$

$$S_a = \frac{T_{\oplus} T_a}{T_a - T_{\oplus}} = \frac{1 \cdot 27}{27 - 1} = 1.038 \text{ года}$$

Ответ. А. Радиус орбиты астероида $a_a = 9$ а.е., В. Орбитальный период $T_a = 27$ лет С. Период повторения противостояний для наблюдателя с Земли $S_a = 1.038$ года

Критерии оценивания.

	16
Нахождение радиуса орбиты	8
Нахождение орбитального периода	4
Нахождение периода повторения противостояний для наблюдателя с Земли ..	4

4. Звезда

16 баллов

Кузнецов М.В.

Звезда для наблюдателя в России кульминирует в верхней кульминации на высоте $h_{\uparrow} = 70^\circ$ градусов, а в нижней кульминации зенитное расстояние так же становится равным $z_{\downarrow} = 70^\circ$. Ответьте на следующие вопросы:

А. Определите широту места наблюдения.

В. Определите склонение звезды.

Обязательно нарисуйте поясняющий задачу рисунок с небесной сферой.

Решение.

Нарисуем рисунок к нашей задаче. Отметим на нем два альмукантарата ($h_1 = 70^\circ$ и $h_2 = 20^\circ$). Здесь и далее мы сразу перешли от $z_{\downarrow} = 70^\circ$ к $h_2 = 20^\circ$.

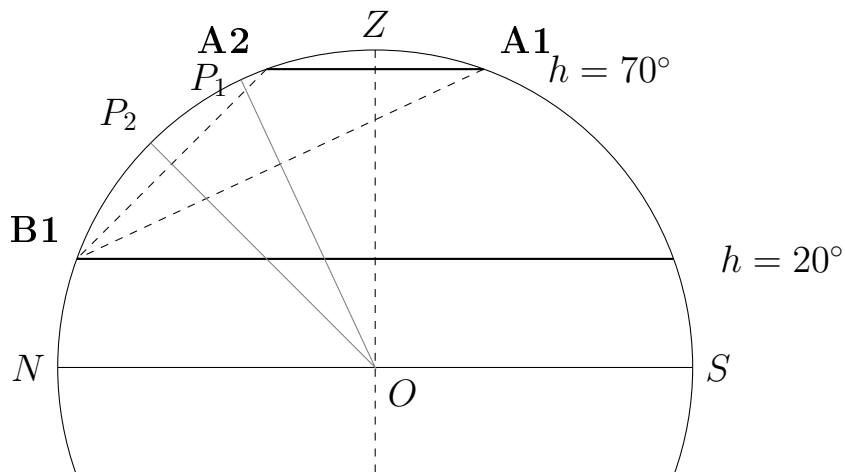


Рис. 1: Рисунок к задаче 10.4

В северном полушарии (по условию задачи, наблюдатель находится в РФ), нижняя кульминация (точка В1) светила может быть только над точкой севера, а верхняя кульминация как над точкой юга (А1), так и над точкой севера (А2). Рассмотрим оба случая.

Сначала решим задачу, когда верхняя кульминация происходит к югу от зенита.

$$\begin{cases} h_{\uparrow} = 90^\circ - \varphi + \delta = 70^\circ \\ h_{\downarrow} = -90^\circ + \varphi + \delta = 20^\circ \end{cases}$$

Вычтем из верхнего уравнения нижнее:

$$180^\circ - 2\varphi = 50^\circ$$

$$\varphi = 65^\circ$$

Сразу же определим склонение звезды

$$\delta = h_{\uparrow} - 90^\circ + \varphi = 70^\circ - 90^\circ + 65^\circ = 45^\circ$$

Теперь рассмотрим вариант, когда верхняя кульминация происходит с другой стороны от зенита:

$$\begin{cases} h_{\uparrow} = 90^\circ + \varphi - \delta = 70^\circ \\ h_{\downarrow} = -90^\circ + \varphi + \delta = 20^\circ \end{cases}$$

Решим его относительно φ , для этого сложим верхнее и нижнее уравнения:

$$2\varphi = 90^\circ$$

$$\varphi = 45^\circ$$

В этом случае склонение звезды $\delta = 65^\circ$

Стоит отметить, что будут желающие записать ответ в виде $\pm 65^\circ$, но это неверно. Так как в условии задачи сказано, что наблюдатель находится на территории Российской Федерации. Поэтому ответы с отрицательными широтами будут отдельно штрафоваться.

Ответ. (1): $\varphi_1 = 65^\circ$ и $\delta_1 = 45^\circ$. (2): $\varphi_2 = 45^\circ$ и $\delta_2 = 65^\circ$.

Критерии оценивания.

16

Рисунок поясняющий задачу	2
Утверждение, что в задаче два случая	2
Переход от зенитного расстояния нижней кульминации к высоте	2
Нахождение 2 широт и 2 склонений	4×2
Запись итогового ответа	2

5. Идеальный мир

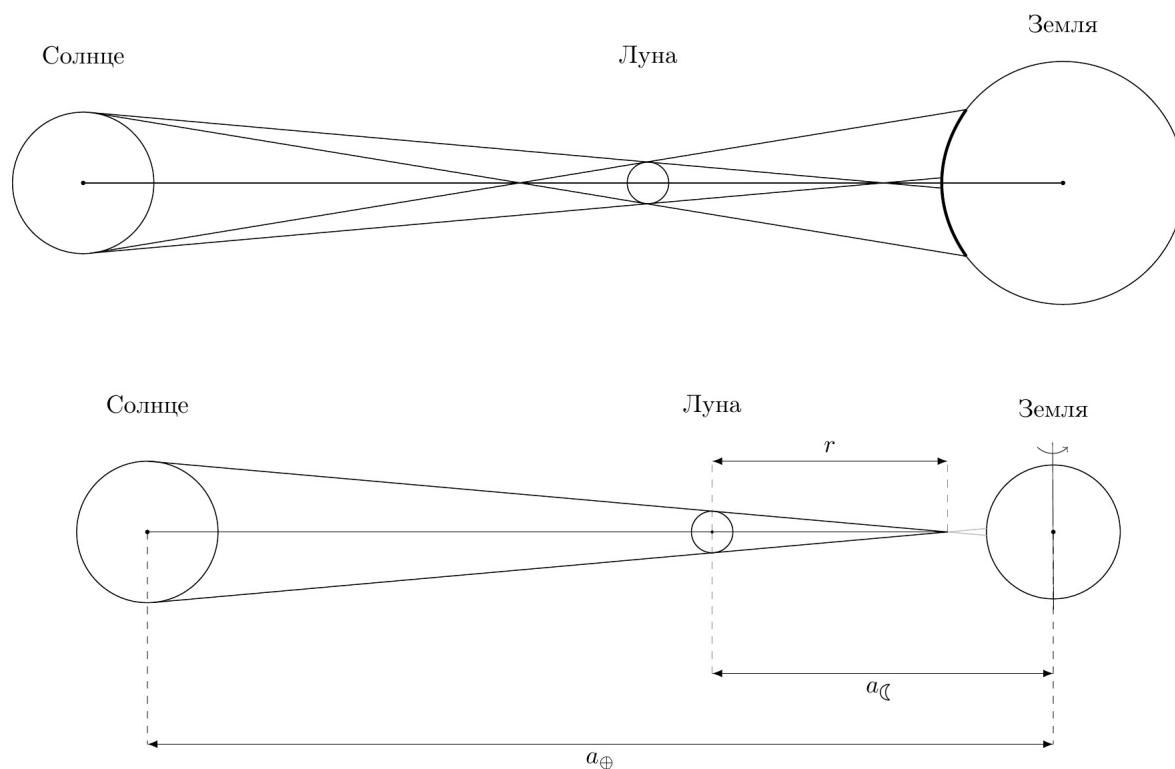
16 баллов

Игнатьев В.Б.

Представьте себе, что все орбиты объектов Солнечной системы (больших планет и их спутников) находятся в одной плоскости и являются круговыми, а оси вращения объектов вокруг своей оси перпендикулярны этой плоскости. Определите на каких широтах Земли можно наблюдать полное солнечное затмение.

Решение.

Первое, что необходимо сделать - это ввести определение полного солнечного затмения. Это момент когда тень Луны попадает на поверхность Земли. Следовательно необходимо определить попадает ли тень на Землю.



Определим длину тени Луны, используя подобные треугольники:

$$\frac{a_{\oplus} - a_{\text{Луны}} + r}{r} = \frac{R_{\odot}}{R_{\text{Луны}}}$$

$$\frac{a_{\oplus} - a_{\text{Луны}}}{r} = \frac{R_{\odot}}{R_{\text{Луны}}} - 1$$

$$r = \frac{a_{\oplus} - a_{\text{Луны}}}{\frac{R_{\odot}}{R_{\text{Луны}}} - 1} = \frac{1.5 \cdot 10^8 - 3.8 \cdot 10^5}{\frac{6.9 \cdot 10^5}{1737} - 1} = 377592 \approx 377600 \text{ км}$$

Самая близкая же точка Земли к тени будет на экваторе в подсолнечной точке. Посчитаем на какой высоте будет заканчиваться тень Луны:

$$a_{\text{Луны}} - r - R_{\oplus} = 384400 - 377600 - 6371 = 429 \text{ км}$$

Следовательно тень не будет доставать до поверхности Земли и полных солнечных затмений наблюдаться не будет ни на каких широтах.

Ответ. Полных солнечных затмений наблюдаться не будет ни на каких широтах

Критерии оценивания.

16

Правильная схема солнечного затмения..... 2

Расчет длины тени Луны..... 6

Учет размера Земли..... 4

Итоговый вывод о том, что тень не достанет до поверхности..... 2

Итоговый ответ - ни на каких широтах, т.к. не будет полных солнечных затмений 2

6. Двойная звезда

16 баллов

Кузнецов М. В.

Для наблюдений двойной звезды используется телескоп диаметром 200 мм, относительным отверстием $1/5$ и окуляром с фокусом 20 мм. Каков минимальный период двойной системы состоящей из звезд типа Солнца, Если годичный параллакс равен $0.02''$. Орбит звезд круговые.

Решение. Телескоп имеет диаметр 200 мм и относительное отверстие $1/5$. Относительное отверстие телескопа это отношение диаметра к его фокусному расстоянию. Следовательно, фокусное расстояние равно 1000 мм. Если фокусное расстояния окуляра равно 20 мм, то увеличение системы объектив-окуляр:

$$\Gamma = \frac{F}{f} = \frac{1000}{20} = 50 \text{ крат}$$

Такое увеличение позволяет разрешить (увидеть по отдельности) двойную систему, если угловое расстояние между компонентами больше или равно

$$\Theta = \frac{60''}{50} = 1.2''$$

Поскольку нам известно расстояние до двойной системы, то возможно определить минимальное линейное расстояние a . Получим выражение для линейного расстояния a между компонентами.

$$\rho'' = \frac{206265'' \cdot a}{r}$$

r — расстояние до системы. Оно не дано в условии, но дан годичный параллакс π'' , который равен $\pi'' = 1/r$ (пк)). Тогда

$$a = \frac{\rho'' \cdot r}{206265} = \frac{\rho''}{\pi'' 206265} \text{ ПК} = \frac{1.2}{0.02} \text{ а.е} = 60 \text{ а.е}$$

Теперь остался последний этап задачи, по уже известной полуоси системы (60 а.е) и полной массе ($2 M_{\odot}$) определить период. Самый простой способ — это записать третий обобщенный закон Кеплера, сравнивая двойную систему с системой Солнце-Земля

$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_x + 2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_3^3}$$

подставим

$$\frac{T^2 \cdot 2}{1^2 \cdot 1} = \frac{60^3}{1^3}$$

$$T = \sqrt{60^3/2} \approx 328 \text{ лет}$$

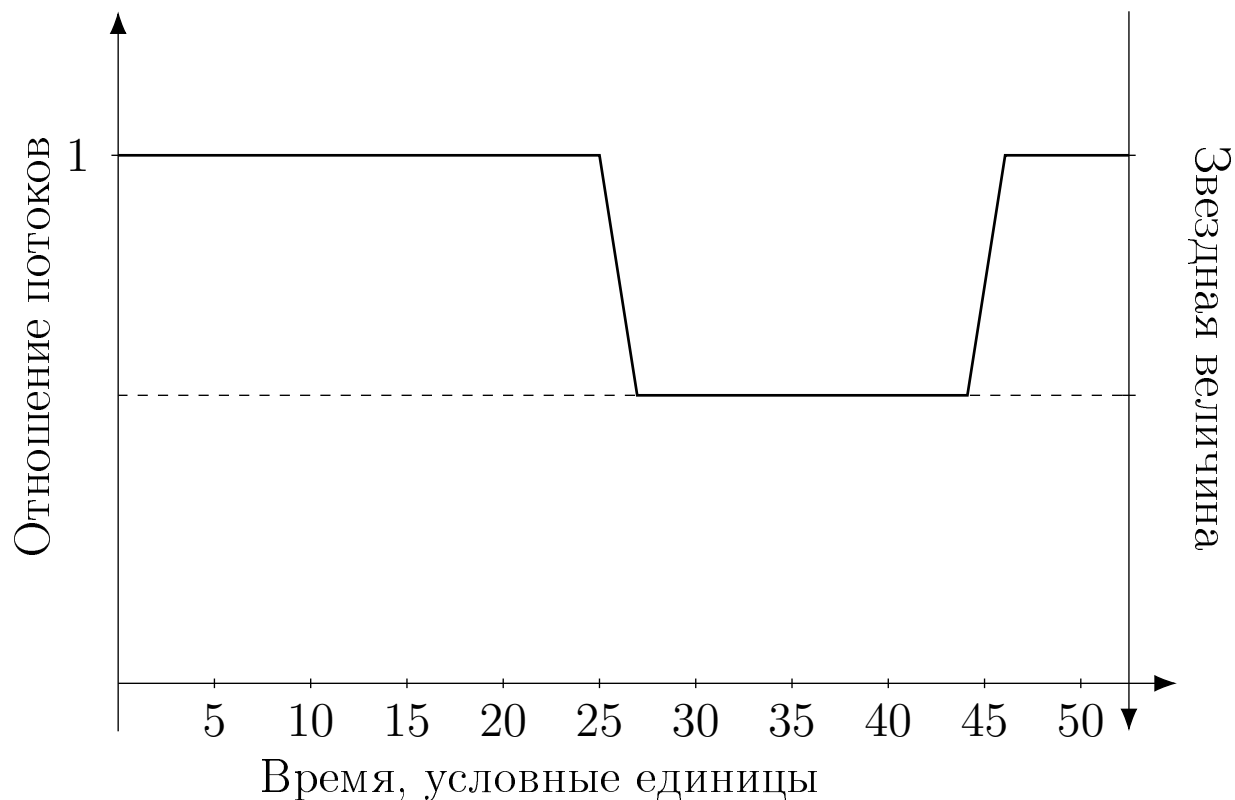
Ответ. Минимальный период системы составит $T = 328$ лет

Критерии оценивания.	16
Определение фокусного расстояния телескопа	2
Верное нахождение увеличения	2
Верное нахождение углового расстояния компонент	4
Верное нахождение расстояния до двойной системы	2
Нахождение большой полуоси системы	2
Нахождение через уточненный 3-й закон Кеплера периода	4

7. Транзит горячего Юпитера

20 баллов
Игнатьев В. Б

Перед вами кривая блеска звезды аналогичной Солнцу, вокруг которой вращается горячий Юпитер с периодом 10 дней. Определите масштабы обеих осей графика. Определите, возможно ли обнаружить эту планету методом лучевых скоростей со спектрографом с разрешением 10^4 . Расстояние до звезды 20 пк.



Построение и измерения можно проводить прямо на условии задачи. Лист с условием обязательно сдайте вместе с решениями. Масса и радиус горячего Юпитера взять равным радиусу Юпитера.

Решение.

На графике изображена кривая блеска звезды, на которой можно заметить падение блеска звезды. Оно происходит из-за транзита планеты по диску звезды.

По формуле Погсона определим отношение освещенности звезды в момент транзита и освещенности от звезды без транзита экзопланеты:

$$\frac{E}{E_{Star}} = 10^{-0.4\Delta m}$$

Из данных по отношению радиусов экзопланеты и звезды можно определить отношение потоков и падение блеска звезды. Так как при транзите для на-

блюдателя часть звезды закрывается диском планеты. Выразим освещенность звезды про транзите:

$$E = E_{Star} \cdot \frac{S_{Star} - S}{S_{Star}} = E_{Star} \cdot \frac{\pi R_{Star}^2 - \pi R^2}{\pi R_{Star}^2} = E_{Star} \cdot \left(1 - \frac{R^2}{R_{Star}^2}\right)$$

Подставляя известные величины

$$\frac{E}{E_s} = \left(1 - \frac{R^2}{R_{Star}^2}\right) = \left(1 - \frac{72000^2}{700000^2}\right) = 0.989$$

А падение блеска звезды составит

$$\Delta m = -2.5 \log \frac{E}{E_s} = 0.012^m$$

Звездная величина звезды вне транзита экзопланеты нам пока также не известна, но ее можно определить

$$M - m = 5 - 5 \log r$$

Отсюда

$$m = M - 5 + 5 \log r$$

Подставляя известные выражения

$$m = 4.8 - 5 + 5 \log 20 = 6.3^m$$

Таким образом, масштаб по вертикальным осям:

А. Поток. Вне транзита 1, при транзите экзопланеты 0.989

В. Звездная величина. Вне транзита 6.3^m , при транзите 6.312^m

Теперь определим масштаб по оси времени. С графика можно снять два характерных значения времени – t_1 и t_2 . Рисунок 2 позволяет понять смысл этих времен:

- t_1 – это время, за которое планета заходит на диск звезды. За это время она сдвигается относительно звезды на расстояние D – диаметр планеты. Оно начинается с момента первого касания дисков (в терминологии затмений – первый контакт) и заканчивается моментом, когда планета полностью зашла на диск звезды (второй контакт).

- t_2 – это время, за которое планета проходит по диску звезды. Или время между вторым и третьим контактом.

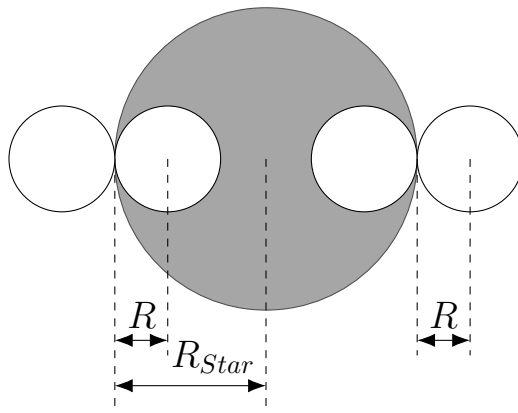


Рис. 2: Схема покрытия

Снимем значения t_2 с графика. В момент, когда весь диск планеты зашел на диск звезды – 27 условных единиц. Момент начала выхода - 44 условных единицы.

Выразим скорость планеты через большую полуось и время t_2 . Здесь предполагаем, что траекторию планеты можно считать прямой. Для очень близких планет иногда разумно считать, что планета движется по дуге.

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a}} = \frac{2(R_{Star} - R)}{t_2}$$

$$t_2 = \frac{2(R_{Star} - R_{pl})}{v_2}$$

Определим значение скорости планеты v_2 . По условию задачи известно, что период обращения планеты 10 дней, а масса звезды равна одной массе Солнца. Если мы сначала выразим полуось орбиты планеты, то потом сможем найти и значение скорости.

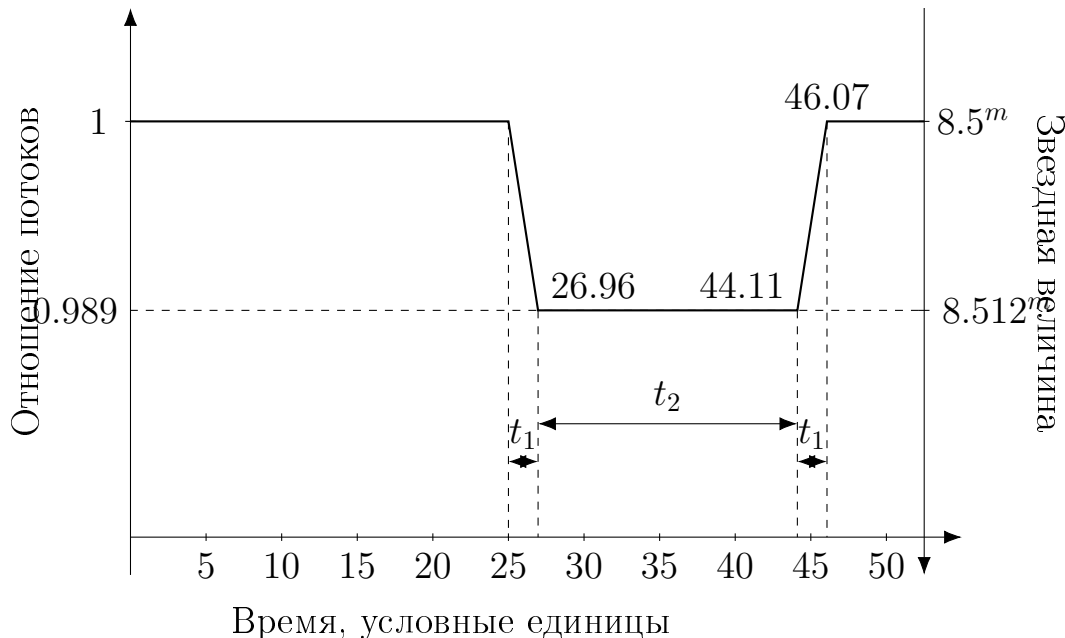
$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM}$$

Получаем $a = 0.09$ а.е. Тогда скорость планеты

$$v_2 = \frac{2\pi a}{T} = 98.1 \text{ км/с}$$

Тогда

$$t_2 = \frac{2(R_{Star} - R_{pl})}{v_2} = \frac{2(700000 \text{ км} - 72000 \text{ км})}{98.1 \text{ км/с}} = 12\,800 \text{ сек}$$



Таким образом, в $44 - 27 = 17$ условных единиц поместилось 12 800 секунд. Тогда одна условная единица времени составляет 753 секунды.

Ответим на последний вопрос задачи. Спектральное разрешение спектрографа $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 10^4$. Давайте разберемся, что такое $\Delta\lambda$ в данной задаче. Горячий Юпитер движется вокруг звезды за 10 дней, но мы не получаем сигнал (фотоны) от горячего Юпитера, а получаем сигнал только от центральной звезды, вокруг которой вращается планета. Если быть более точными, то и планета, и звезда вращаются вокруг центра масс. При этом звезда находится от центра масс на расстоянии r_1 , которое меньше расстояния r_2 (от планеты до центра масс) на величину равное обратному отношению масс.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{M_{pl}}{M_s}$$

Также, зная отношение расстояний, можно определить отношение скоростей звезды и планеты при их движении вокруг центра масса.

Запишем закон доплера для звезды

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_1}{c}$$

Теперь выразим v_1 через v_2 и отношение масс

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_2 M_{pl}}{c M_s}$$

Левая часть выражения равна обратной величине разрешающей способности спектрографа R . Перепишем выражение для R

$$R = \frac{c M_s}{v_2 M_{pl}}$$

Вычислим правую часть выражения и сравним ее с левой частью и значением 10^4 , которое дано по условию.

$$\frac{c M_s}{v_2 M_{pl}} = \frac{300000 \text{ км/с} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{98 \text{ км/с} \cdot 2 \cdot 10^{27} \text{ кг}} = \frac{3000}{1} \frac{1000}{1} = 3 \cdot 10^6$$

Таким образом, чтобы обнаружить, что звезда вращается вокруг центра масс из-за того, что вокруг нее вращается горячий юпитер с периодом 10 дней, нужна разрешающая способность спектрографа $3 \cdot 10^6$. А со спектрографом с разрешающей способностью 10^4 обнаружить планету в этой звездной системе не удастся.

Ответ. Падение потока – 0.989, падение блеска 0.012, видимая звездная величина 6.3^m , масштаб по оси времени 753 секунды в условной единице времени, данного разрешения спектрографа для обнаружения планеты недостаточно

Критерии оценивания.

20

Формула Погсона для освещенности во время транзита/вне транзита.....	2
Определение падения потока или относительный поток.....	2
Определение падения блеска при транзите.....	2
Определение видимой звездной величины вне транзита.....	2
Снятие данных для времен t_2 или t_1 в условных единицах.....	2
Выражение для диапазона времени t_2 или t_1	2
Определение масштаба по оси времени.....	2
Записанная формула для спектрального разрешения спектрографа.....	2
Запись зависимости между скоростями планеты и звезды.....	2
Ответ, что спектрального разрешения недостаточно.....	2