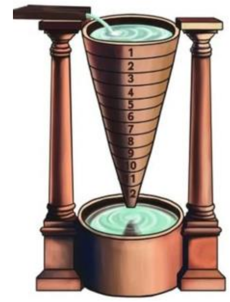
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2023/2024

10 класс (варианты решения)



Задание 1. История создания водяных часов (клепсидра) начинается в Древней Персии и Китае около 2500–1600 года до нашей эры. Они состояли из двух разных емкостей с водой. Верхний сосуд наполняли жидкостью, которая медленно, по капле, вытекала, уровень её понижался, и по делениям на поверхности сосуда определяли время. Оцените, с какой скоростью вытекает жидкость из маленького отверстия у дна сосуда, если высота уровня жидкости относительно дна сужающегося сосуда равна H. Докажите, основываясь на физических и математических закономерностях, необходимость использования представленной формы верхнего сосуда с жидкостью для точного отсчета времени. Укажите необходимые условия (условие), при котором водяные часы являются точными.

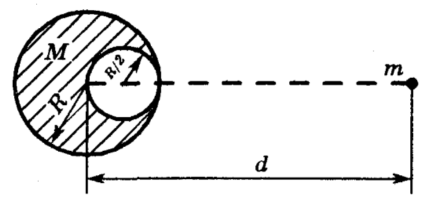
Возможное решение задания. Обязательным условием точности водяных часов является отсутствие трения в жидкости. В этом случае при её вытекании из верхнего сосуда происходит превращение потенциальной энергии только в кинетическую. Можно рассматривать модель водяных часов, для которых верхний слой жидкости массой m проходит сквозь весь сосуд и падает из нижнего отверстия. Падая с высоты Н, порция жидкости приобретает скорость в соответствии с законом сохранения энергии $v = \sqrt{2gH}$. По мере понижения уровня жидкости скорость вытекания уменьшается, поэтому для поддержания постоянной скорости понижения уровня сечение сосуда должно уменьшаться книзу. Если обозначить S площадь сечения сосуда на уровне поверхности жидкости, а s — площадь отверстия, то понижение уровня жидкости на Δh за время Δt связывает площади отверстий сосуда соотношением $S\Delta h = s\, v\Delta t$. Тогда $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{s}{S}v$. Левая часть равенства не должна зависеть от высоты уровня жидкости относительно дна сосуда. Но из зависимости $v = \sqrt{2gH}$ скорость пропорциональна квадратному корню из высоты $v \sim \sqrt{h}$. Поэтому в правой части равенства площадь сечения сосуда S на уровне, где в данный момент оказалась поверхность жидкости, также пропорциональна корню из высоты: $S \sim \sqrt{h}$. Следовательно, площадь горизонтального сечения сосуда должна убывать. Вспомним, что $S \sim r^2$, поэтому радиус горизонтального сечения сосуда убывает пропорционально корню четвертой степени из мгновенной высоты жидкости: $r \sim \sqrt[4]{h}$, что доказывает, что для водяных часов для поддержания постоянной скорости понижения уровня сечение сосуда должно уменьшаться книзу.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
1 балл	Указано условие отсутствия трения в жидкости
1 балл	Указано условие постоянства скорости вытекания воды
1 балл	Использован закон сохранения энергии
1 балл	Получено соотношение для скорости вытекания воды
1 балл	Записано соотношение между скоростью изменения высоты воды и площадями сечения сосуда вверху и внизу
2 балла	Сделан верный вывод о независимости скорости изменения высоты столба жидкости в сосуде от полной высоты жидкости

2 балла	Сделан верный вывод о зависимости площади сечения поверхности жидкости от высоты её столба
1 балл	Сделан верный вывод о зависимости радиуса горизонтального сечения сосуда от высоты жидкости в сосуде

Задание 2. В 1995 году была открыта первая внесолнечная планета Эпикур (типа Юпитера) у звезды 51 Пегас, а в 2011 году благодаря телескопу «Хаббл» открыта первая экзопланета размером меньше Земли в обитаемой зоне (Kepler22b). На сегодняшний день количество экзопланет превышает несколько тысяч. Каждое открытие уникально и позволяет развиваться планетной космогонии. Пусть существует экзопланета массой M и радиусом R, в которой имеется сферическая полость радиуса $R/2$, расположенная так, как показано на рисунке. Определите, с какой силой будет притягиваться небольшой искусственный спутник массой m, движущийся по круговой орбите радиуса d вокруг данной экзопланеты.



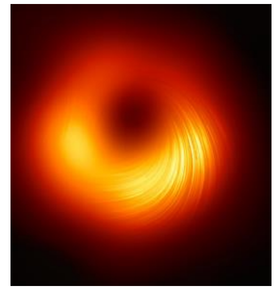
Возможное решение задания. Закон всемирного тяготения применим для определения силы гравитационного взаимодействия материальных точек и сферически симметричных тел, которые также можно считать материальной точкой, расположенной в центре тела. Спутник можно считать материальной точкой. Определим массу планеты, если бы она была полностью однородной и сплошной. Объем шара пропорционален кубу радиуса, объем всей планеты $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, объем полости $V_n = \frac{4}{3}\pi\frac{1}{8}R^3$, следовательно, объем полости составляет $\frac{1}{8}$ от всего объема планеты. Тогда для заполнения полости потребуется шар массой $\frac{M}{7}$, центр которого расположен на расстоянии d - $\frac{R}{2}$ от спутника. Для сплошной планеты и спутника сила притяжения составляла бы $F = \frac{G8Mm}{7d^2}$. Она превышает создаваемую в действительности силу притяжения на $\Delta F = \frac{GMm}{7(d-\frac{R}{2})^2}$. Возникающая сила притяжения экзопланеты и искусственного спутника составляет $F^/ = \frac{GMm}{7}(\frac{8}{d^2} - \frac{1}{(d-\frac{R}{2})^2})$.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
2 балла	Учтены границы применимости закона всемирного тяготения
2 балла	Определена масса планеты, которую она имела бы при заполненной полости
1 балл	Определена сила притяжения между сплошной планетой и спутником
2 балла	Определена сила притяжения между заполненной полостью и спутником
1 балл	Записано верно окончательное соотношение для силы притяжения экзопланеты и искусственного спутника с учетом полости

Задание 3. Эллиптическая галактика М 87 в созвездии Девы была открыта Шарлем Мессье в 1781 году. В центре галактики находится сверхмассивная черная дыра, которая делает ядро активным. На рисунке изображен джет, выбрасываемый из ядра на расстояние порядка 1500 парсек. Сама черная дыра впервые сфотографирована 10 апреля 2019 года Телескопом Горизонт Событий. Галактика — ярчайший источник

радиоизлучения. Масса галактики M87 составляет порядка $3\cdot10^{12}$ масс Солнца, а её угловой диаметр превышает 7′ при расстоянии до галактики 55 миллионов световых лет. Найдите среднюю плотность галактики M 87.

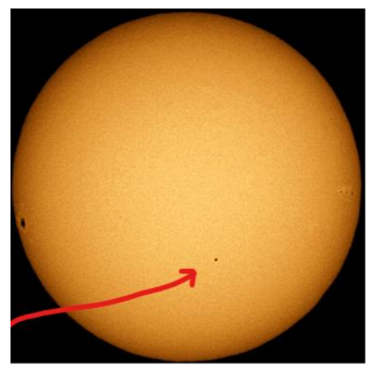


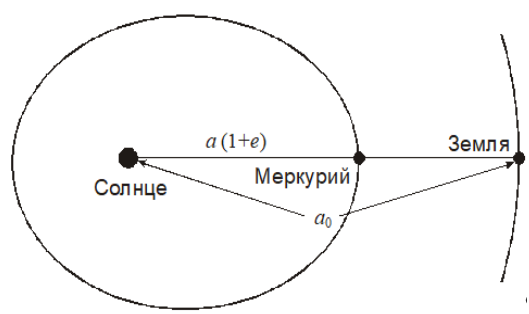
Возможное решение задания. Масса галактики в килограммах составляет $3\cdot10^{12}\cdot2\cdot10^{30}$ кг $= 6\cdot10^{42}$ кг. Определим радиус галактики. Он связан с расстоянием и угловым радиусом соотношением $r=D\sin 3{,}5'=$ $55\cdot10^6$ св. лет·10^{-3} = 55000 св. лет. Радиус галактики в 55000 св. лет = 55000 $\cdot3\cdot10^8\cdot365\cdot24\cdot3600$ с= 52 $\cdot10^{16}$ км ≈ $5\cdot10^{20}$ м. Так как $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – радиус шара), плотность определяется соотношением $\rho=\frac{m}{V}$, среднюю плотность галактики определим из соотношения $\rho=\frac{3m}{4\pi r^3}\approx 10^{-20}\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
1 балл	Верно определена масса галактики в килограммах
2 балла	Использовано соотношение между угловым радиусом (или диаметром) и расстоянием до галактики
2 балла	Верно определен радиус галактики в метрах
1 балл	Использовано соотношение для объема шара
1 балл	Использовано соотношение для плотности тела
1 балл	Получено верное числовое значение плотности галактики

Задание 4. Прохождение Меркурия по диску Солнца — редкое астрономическое явление. Первое наблюдение прохождения Меркурия по диску Солнца, научно предсказанное Иоганном Кеплером за два года до этого, провел Пьер Гассенди 7 ноября 1631 года. Последний раз оно наблюдалось 11 ноября 2019 года, а следующее наступит лишь в 2032 году 13 ноября. Оно будет хорошо видно в Европейской части России. Для его наблюдения телескоп должен быть оснащен солнечным экраном, на котором получают изображение Солнца. Пусть диаметр нашего светила составит 15 см. Определите, какого диаметра на этом экране будет пятно — изображение Меркурия. Изобразите взаимное расположение планет и Солнца для рассматриваемого момента. Считайте, что во время наблюдения явления Меркурий располагается в афелии своей орбиты, а орбита Земли круговая.





Возможное решение задания. Прохождение Меркурия по диску Солнца наступает в нижнем соединении планеты. Взаимное расположение Солнца, Меркурия и Земли изображено на рисунке. По условию орбита Земли круговая. Но эксцентриситетом орбиты Меркурия невозможно пренебречь. Отношение диаметов Солнца и Меркурия на экране будет равно отношению видимых диаметров этих небесных тел: $\frac{d}{d_c}=\frac{D}{D_c}$. Найдем видимые диаметры Солнца и Меркурия, учитывая, что они малы, следовательно синусы углов равны самим углам в радианной мере. Для видимого диаметра Солнца $D_c = \frac{D_{c\ вид}}{a_0} = 0{,}00937$ рад $= 0{,}53°$; для Меркурия $D = \frac{D_{вид}}{a_0 - a(1+e)} = 0{,}0609$ мрад $= 0{,}0035°$, где a – большая полуось орбиты Меркурия, a_0 – большая полуось Земли, e – эксцентриситет орбиты Меркурия. Тогда $d = d_c \frac{D}{D_c} \approx 0{,}1\ см$.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
2 балла	Верно графически представлено взаимное расположение Меркурия, Солнца и Земли
2 балла	Записано соотношение между видимыми диаметрами Солнца и Меркурия и диаметров этих тел на экране
2 балла	Использовано соотношение между видимым диаметром и расстоянием до небесного тела
2 балла	Найдено верное числовое значение диаметра Меркурия на экране

Задание 5. Одной из самых удачных попыток выразить продолжительность тропического года в виде целого числа солнечных суток стал юлианский календарь — древнеримский солнечный календарь, предшественник современного григорианского календаря. Введенный с 1 января 45 г. до н.э., только к 16 веку он стал отставать от реальной смены сезонов года. С этого периода начался постепенный переход к григорианскому календарю. Сейчас «старый» Новый год или 1 января по юлианскому календарю приходится уже на 14 января. Определите, в каком году впервые можно будет встречать «старый» Новый год 29 февраля. Подробно опишите свои рассуждения.

Возможное решение задания. Разница в один день между началом года в юлианском и григорианском календаре увеличивается из-за того, что каждый год, номер которого заканчивается на 00 (например, 1700, 2100 и т.д.), и число столетий не делится на 4, в григорианском календаре не является високосным, а в юлианском является. За 400 лет разница в двух календарях увеличивается на 3 дня. Между 14 января и 28 февраля разница составляет 45 дней. Она накопится за 15·400 = 6000 лет, т.е., например, в 8023 году «старый» Новый год будет приходиться на 28 февраля. 8000 год високосный в обоих календарях, следовательно, в 8100 «старый» Новый год придется на 28 февраля, в григорианском календаре 29 февраля не будет. Високосный год появится в календаре через 2 месяца после начала года, т.е. разница между календарями увеличится на 1 день. И в 8101 году «старый» Новый год придется на следующий за 28 февраля день — на 1 марта — в этом году нет 29 февраля, он не високосный. Ближайший високосный год будет 8104. В этот год «старый» Новый год впервые мы будем встречать 29 февраля.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
2 балла	Указана разница в григорианском и юлианском календарях
2 балла	Верно определено столетие, в котором «старый» Новый год будет отмечаться 28 февраля
2 балла	Обоснован год, когда праздник выпадет на 1 марта
2 балла	Обоснован год, когда праздник будет отмечаться впервые 29 февраля

Задание 6. 14 октября 2023 года на Земле наблюдается кольцеобразное солнечное затмение в 18 ч по Всемирному времени. 28 октября 2023 года в 20 ч по Всемирному времени наблюдается частное лунное затмение. Определите, в какой день октября 2023 года и в какое время (по Всемирному времени) Луна наблюдается в фазе первой четверти.

Возможное решение задания. Солнечное затмение происходит в новолуние, в момент соединения Солнца с Луной на небе Земли. Лунное затмение происходит в полнолуние, когда Луна располагается с противоположной стороны от Солнца. Фаза первой четверти наступает между новолунием и полнолунием, когда Луна располагается в 90° от Солнца. Если бы орбита Луны была круговой, момент первой четверти наступил бы в середине временного отрезка между новолунием и полнолунием, то есть 21 октября в 19 ч по Всемирному времени. В реальности орбита Луны эллиптическая, хоть и мало отличная от круговой. В соответствии со II законом Кеплера вблизи перигея (ближайшей точке орбиты к Земле) линейная и угловая скорость Луны немного больше, а вблизи апогея — немного меньше. По условию задачи 14 октября произошло кольцеобразное солнечное затмение. В октябре угловой диаметр Солнца увеличивается (Земля, в движении по своей орбите, ближе к Солнцу, двигаясь к точке зимнего солнцестояния), и кольцеобразное затмение может произойти, только если Луна находится рядом с точкой апогея орбиты. Следовательно, угловая скорость движения Луны после 14 октября ниже, чем перед 28 октября, в противоположной части орбиты, вблизи ее перигея. Луна пройдет отрезок между новолунием и первой четвертью немного медленнее, чем последующий — между первой четвертью и полнолунием. Фаза первой четверти наступит после 19 ч Всемирного времени ближе к началу нового дня 22 октября.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
1 балл	Верно указано на время наблюдения солнечного и лунного затмений соответственно в новолуние и полнолуние
1 балл	Верно указано на наступление первой четверти в середине промежутка времени между новолунием и полнолунием
1 балл	Названа дата наступления первой четверти 21 октября в 19 часов по Всемирному времени
2 балла	Указано на нахождение Луны в период солнечного затмения вблизи апогея своей орбиты
2 балла	Указано на различие в угловой скорости движения Луны от апогея к перигею
1 балл	Сделан вывод о более позднем наступлении первой четверти ближе к началу 22 октября

Справочные данные

Среднее расстояние от Земли до Солнца	*1 а.е.=150 млн. км*
Среднее расстояние от Марса до Солнца	*1,52 а.е.*
Эксцентриситет Меркурия	*0,2056*
Большая полуось Меркурия	*0,3871 а.е.*
Диаметр Солнца	$1{,}39 \cdot 10^{6}$ *км*
Диаметр Меркурия	*4879,4 км*
Масса Солнца	$2 \cdot 10^{30}$ *кг*