



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО АСТРОНОМИИ 2023–2024 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС.
Время выполнения 180 мин. Максимальное кол-во баллов – 40

Ключи и критерии оценивания

Задача 1

Для того чтобы оценить массу центрального тела запишем второй закон Ньютона для тела, которое движется по круговой орбите:

$\frac{mv^2}{R} = \frac{GmM}{R^2}$, справа записан закон всемирного тяготения, в котором M – масса центрального тела.

Из этого выражения:

$$M = \frac{v^2 R}{G}$$

Определим радиус траектории, считаем, что она круговая

$$T = \frac{2\pi R}{v} \rightarrow R = \frac{vT}{2\pi}, \text{ подставляем в выражение для массы:}$$

$M = \frac{v^3 T}{2\pi G} = \frac{(4 \cdot 10^6)^3 \cdot 2 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}{2\pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}} \approx 9.63 \cdot 10^{36} \text{ кг} \approx 4.8 \cdot 10^6 M_{Sun}$, что соответствует массе черной дыры в центре Млечного Пути

Критерии оценивания:

Записано выражение для движения тела по круговой орбите – 1 балл

Из периода определен радиус орбиты – 2 балла

Получено конечное выражение для массы – 2 балла

Вычислено значение массы и определен объект – 3 балла

В решение может не указываться, что это черная дыра, ответ засчитывать за верный в полном объеме.

Задача 2

Так как расстояние от Земли до Солнца значительно больше расстояния от Земли до Луны ($r_L \ll r_{ЗС}$), то свет от Солнца можно рассматривать, как поток параллельных световых лучей, а лунную тень, как область полной тени.

Так как орбитальное вращение Земли и орбитальное движение Луны сонаправлены, то скорость Лунной тени по земной поверхности:

$$V_T = |V_L - V_3|, \text{ где } V_L = \frac{2\pi r_L}{T_L} = 1,022 \text{ км/с}$$

$$V_3 = \frac{2\pi R_3}{T_3} = 0,465 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$V_T = 0,56 \text{ км/с}$$

Знают о сонаправленности движений Луны и вращения Земли – 2 балла

✦ Правильно записали относительность скоростей -2 балла

■ Верно нашли орбитальные скорости Земли и Луны – 2 балла

Знают сидерический период вращения Земли -1 балл

Верно вычислена скорость тени -1 балл

Задача 3

Воспользуемся формулой Погсона для определения звёздной величины m_2 :

$$m_2 - m_1 = -2.5 \lg \left(\frac{E_2}{E_1} \right) \text{ из данного выражения выразим } m_2.$$

Учтём, что освещённость, создаваемая планетой у поверхности Земли, подчиняется закону обратных квадратов:

$$E_1 = \frac{I}{r_1^2}, \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}, \text{ где } I - \text{ светимость объекта, } r_1 - \text{ расстояние до планеты}$$

С другой стороны, угловой диаметр планеты определяется выражением:

$$D_S'' = \frac{D_S}{2r} \cdot 206265'', \text{ тогда } \left(\frac{D_{S1}''}{D_{S2}''} \right) = \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \text{ из этого следует } \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{D_{S1}''}{D_{S2}''} \right)^2$$

В результате, звездная величина Сатурна через месяц

$$m_2 = m_1 + 5 \lg \left(\frac{D_{S1}''}{D_{S2}''} \right) = +0.4^m + 5^m \lg \left(\frac{19}{17} \right) = +0.64^m$$

Критерии оценивания:

Приведена формула Погсона (2 балла) через освещенности, либо записана формула через расстояния (4 балла)

Приведен переход от освещенности к расстояниям (2 балла)

Приведен переход от расстояний к угловым размерам (2 балла)

Вычислена звездная величина (2 балла)

Задача 4

Так как угол между плоскостью орбиты Луны и эклиптики $i = 5^\circ 9'$, а угол между эклиптикой и небесным экватором, $\varepsilon = 23^\circ 26'$, то

$$-(i + \varepsilon) \leq \delta_{\text{л}} \leq +(i + \varepsilon), \text{ то есть } -28^\circ 35' \leq \delta_{\text{л}} \leq +28^\circ 35'.$$

Тогда максимальная высота верхней кульминации Луны $h_{\text{min}} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\text{max}}$, $h_{\text{min}} = 5^\circ 7'$.

В верхней кульминации Луну можно наблюдать на минимальной высоте (конец июня-начало июля) во время полнолуния. В это время направление на Луну практически противоположно направлению на Солнце, то есть Луна находится примерно в той же

области небесной сферы (вблизи точки зимнего солнцестояния), в какой полгода назад (зимой) находилось Солнце.

Критерии оценивания:

Понимают смысл склонения светил -1 балл

Верно определены границы склонения Луны- 1 балл

Найдена высота минимальной верхней кульминаций Луны -2 балла

Верно указан месяц наблюдения минимального подъема Луны для верхней кульминации – 2 балла

Верно указаны условия при которых происходят названные явления – 1 балл

Названо место положения Луны на небесной сфере – 1 балл

Задача 5

Пренебрежем расстоянием между Землей и Солнцем, так как 1 а.е. гораздо меньше 5,15 пк. Будем считать, что наблюдатель находится на Солнце.

Найдем расстояние между Вегой и Альтаиром по теореме косинусов.

$$r = \sqrt{25^2 + 17^2 - 2 \cdot 25 \cdot 17 \cdot \cos 34,19^\circ} = 14,52 \text{ св. } r = 4,45 \text{ пк}$$

Посчитаем звездную величину одной из звезд по формуле Погсона:

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{-0,4(m_1 - m_2)},$$

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{E_1}{E_2} = -2,5 \log \frac{r_2^2}{r_1^2} = 5 \log \frac{r_1}{r_2}$$

Здесь использовалось, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Тогда итоговая формула:

$$m_1 = m_2 + 5 \log \frac{r_1}{r_2}$$

Подставляем значения и находим звездную величину Веги из окрестностей Альтаира:

$$m_B = 0,03 + 5 \log \frac{14,52}{25} = -1,15^m$$

Аналогично найдем звездную величину Альтаир из окрестностей Веги:

$$m_A = 0,77 + 5 \log \frac{14,52}{17} = 0,43^m$$

Критерии оценивания:

Определение расстояния между звездами – 3 балла

Вывод общей формулы для звездной величины – 3 балла

Определение звездных величин с точностью до $0,1^m$ - 2 балла для Веги – 1 балл

для Альтаира - 1 балл