10 класс

1. Условие.

У звезды, параллакс которой 0.0435 секунд дуги, имеющей температуру 8500K и яркость 2.2 звездной величины, зарегистрированы периодические падения блеска. Явление, вероятно, вызывается прохождением перед диском звезды темного тела - экзопланеты, затмевающего часть излучения звезды.

Определить размер экзопланеты по сравнению с размером Земли, если отношение радиуса экзопланеты к радиусу родительской звезды равно 0.03. Диаметр Солнца считать равным 100 диаметрам Земли.

1. Решение.

Отношение $\frac{L}{L_o}$ найдем из соотношения абсолютных звездных величин звезды и Солнца.

$$\frac{L}{L_o} = 2.512^{M_o - M}$$

С другой стороны отношение светимостей звезды и Солнца запишется

$$\frac{L}{L_o} = \frac{R^2 T^4}{R_o^2 T_o^4}$$

откуда отношение радиусов звезды и Солнца

$$\frac{R}{R_o} = \sqrt{\frac{L}{L_o}\left(\frac{T_o^4}{T^4}\right)} = \sqrt{2.512^{M_o - M}\left(\frac{T_o^4}{T^4}\right)}$$

Абсолютная звездная величина звезды M , видимая m и параллакс связаны соотношением

$$M = m + 5 + 5 \cdot \lg \pi$$

$$M = 2.2 + 5 + 5 \cdot \lg 0.0435 \approx 0.4$$

$$\frac{R}{R_o} = \sqrt{2.512^{4.72-0.4} \left(\frac{6000}{8500}\right)^4} = 3.55$$

Тогда линейный радиус звезды $R = 3.55 \cdot R_o$

Линейный радиус экзопланеты $r = 0.03 \cdot R = 3.55 \cdot R_o \cdot 0.03$, что в радиусах Земли составит

$$r = \frac{3.55 \cdot R_o \cdot 0.03}{R_o \cdot 0.01} = 10.65$$ радиусов Земли.

Экзопланета такой звезды должна быть почти в 11 раз больше Земли, чтобы ее могли зарегистрировать современными наблюдательными средствами.

Ответ: $r = 10.65$ радиусов Земли.

1. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Нахождение светимости звезды по формуле Погсона оценивается в 1 балл. Нахождение светимости звезды по формуле Стефана Больцмана оценивается в 1 балл. Выражение для связи светимости и абсолютной звездной величины– 1 балл. Нахождение абсолютной звездной величины (з.в.) звезды по значению видимой з.в. и параллакса– 1 балл. Нахождение линейного радиуса звезды – 1 балл. Нахождение линейного радиуса экзопланеты – 1 балл. Вычисление радиуса экзопланеты в радиусах Земли – 1 балл. Вывод о возможности зарегистрировать экзопланеты современными наблюдательными средствами – 1 балл.

2. Условие.

Какие отличия в движении Солнца относительно звезд в течение марсианского года существуют для марсианского астронома (в отличие от земного наблюдателя)? Наклон оси вращения Земли и Марса к плоскости эклиптики $\varepsilon_{Земли} = 23.45^0$, $\varepsilon_{Марса} = 25.19^0$.

2. Решение.

Период обращения Марса (марсианский год) в два раз длиннее земного. Следовательно, перемещение Солнца относительно звезд совершается в два раза медленнее.

Наклон оси вращения Марса примерно совпадает с наклоном земной оси, отличие на два градуса. Поэтому Солнце будет перемещаться в течение года по тем же зодиакальным созвездиям, но отклонение от плоскости марсианского экватора, в ту или другую сторону, будет немного (примерно 1.5^0) больше. Траектория движения - марсианская эклиптика - будет проходить по склонению от минус 25 градусов, до плюс 25 градусов.

Точки весеннего и осеннего равноденствия (узлы лунной орбиты, точки пересечения марсианского экватора и лунной орбиты) не будут находиться в тех же созвездиях, что и для Земли. Как и на Земле, на Марсе происходит смена времён года из-за наклона оси вращения к плоскости орбиты.

Полярная звезда не будет служить полюсом Мира.

2. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Вывод о том, что на Марсе перемещение Солнца относительно звезд совершается в два раза медленнее – 2 балла. Вывод о том, что Солнце будет перемещаться в течение года по тем же зодиакальным созвездиям – 2 балла. Вывод о том, что марсианская эклиптика будет проходить по склонению от минус 25 градусов, до плюс 25 градусов – 2 балла.

Вывод о том, что на Марсе происходит смена времён года из-за наклона оси вращения к плоскости орбиты – 2 балла.

3. Условие.

Астронавты на фотонно-мюонном (с регулируемой скоростью истечения фотонов!!) звездолете отправились исследовать структуру фотосферы звезды Бетельгейзе, радиус которой $R = 800\, R_{sun}$, масса $M = 16.5 M_{sun}$, температура $T = 3500\, K$.

Задача исследователям - выйти на круговую орбиту вокруг звезды на максимально близком расстоянии от неё D, но так, чтобы обогрев корпуса звездолета не превысил привычную для землян солнечную постоянную.

Какую скорость в этом случае должен иметь звездолет?

Каков будет видимый угловой диск Бетельгейзе?

Смогут ли астронавты рассмотреть детали фотосферы?

3. Решение.

Определим, на каком расстоянии от Бетельгейзе её мощность излучения будет равна мощности облучения на Земле.

Светимость Бетельгейзе превосходит светимость Солнца в

$$\frac{L}{L_{sun}} = \frac{R^2\, T^4}{R_{sun}^2\, T_{sun}^4}$$ раз.

Эта энергия выделяется в единицу времени с площади поверхности звезды $S = 4\pi R^2$

На единицу площади сферы приходится энергия

для Солнца на расстоянии Земли $Q = \frac{L_{sun}}{4\pi \cdot 1 a.e.} = 1\, \text{солн постоянная}$, для Бетельгейзе на расстоянии звездолета $Q = \frac{L}{4\pi D^2} = 1\,солн\ постоянная$

Отсюда

$$\frac{L_{sun}}{1\,a.e.} = \frac{L}{D^2}$$

$$D = \sqrt{\frac{L}{L_{sun}}} = \frac{R}{R_{sun}}\frac{T^2}{T_{sun}^2}\,(a.e.) = \frac{R}{R_{sun}}\frac{T^2}{T_{sun}^2}\cdot 15\cdot 10^{10}\ м \approx 43\cdot 10^{12}\ м$$

Можно посчитать, что это расстояние почти в 80 раз превышает радиус звезды.

Найдем скорость звездолета для круговой орбиты радиуса D (первую космическую скорость)

$$V = \sqrt{\frac{GM}{D}} = \frac{T_{sun}}{T}\sqrt{\frac{GMR_{sun}}{R}}$$

$$V = \sqrt{\frac{6.67\cdot 10^{-11}\cdot 16.5\cdot 2\cdot 10^{30}}{43\cdot 10^{12}}} \approx 7\cdot 10^3\,(м/c)$$

Узнаем, каков будет видимый угловой диаметр Бетельгейзе с расстояния D

$$\sin\alpha = \frac{R}{D} = \frac{700\,000\cdot 800}{43\cdot 10^9} \approx 1.3\cdot 10^{-2}$$

$$\alpha = 0.013\ рад \approx 0.74^0$$

Угловой диаметр диска Луны ≈ 0.5^0.

Нужно иметь дополнительно телескоп, чтобы изучить структуру поверхности.

Наверное, у астронавтов он есть.

3. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Нахождение светимости Бетельгейзе в единицах светимости Солнца – 2 балла. Нахождение расстояния звездолета от звезды – 3 балла. Нахождение скорости звездолета – 1 балл. Определение углового диаметра Бетельгейзе со звездолета – 1 балл. Вывод о возможности изучить структуру поверхности – 1 балл.

4. Условие.

Спектроскопическими наблюдениями у Солнца выявлены периодические смещения спектральных линий, которые достигают величины $\Delta\lambda = 0.0002\,A^0$ в ту и другую сторону при длине волны $\lambda = 4500\,A^0$. Период колебаний T совпадает с периодом обращения Юпитера вокруг Солнца (12 лет), что свидетельствует о гравитационной связи системы этих двух тел.

Найти массу Солнца, зная массу Юпитера и радиус орбиты (*$M_Ю$ = 318.0 масс Земли, $R_Ю$ = 5.2 а.е.)*.

4. Решение.

Гравитационная сила обеспечивает вращение Солнца и Юпитера вокруг общего центра масс. При этом радиусы орбит центров Солнца и Юпитера связаны как

$R_C \cdot M_C = R_Ю \cdot M_Ю$, где M_C и $M_Ю$, R_C и $R_Ю$ массы и радиусы орбит Солнца и Юпитера.

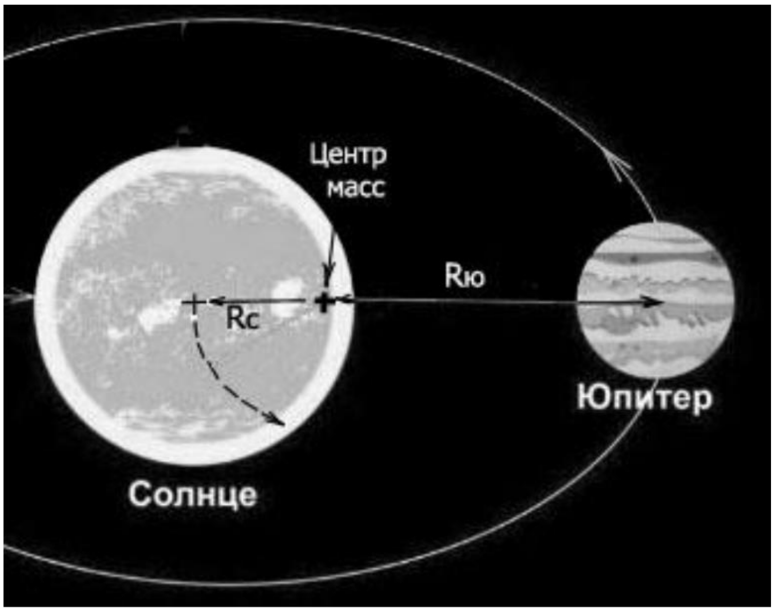


Рис. Движение Солнца и Юпитера вокруг общего центра масс.

Согласно эффекту Доплера

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V}{c}$$

$V = \dfrac{2\pi R_C}{T}$ - линейная скорость движения центра Солнца

Отсюда $R_C = \dfrac{V \cdot T}{2 \cdot \pi} = \dfrac{\Delta\lambda \cdot c \cdot T}{\lambda \cdot 2 \cdot \pi}$

$$M_C = R_{Ю} \cdot M_{Ю} / R_C = \frac{R_{Ю} \cdot M_{Ю} \cdot \lambda \cdot 2\pi}{\Delta\lambda \cdot c \cdot T} = 320336 \textit{ масс Земли}$$

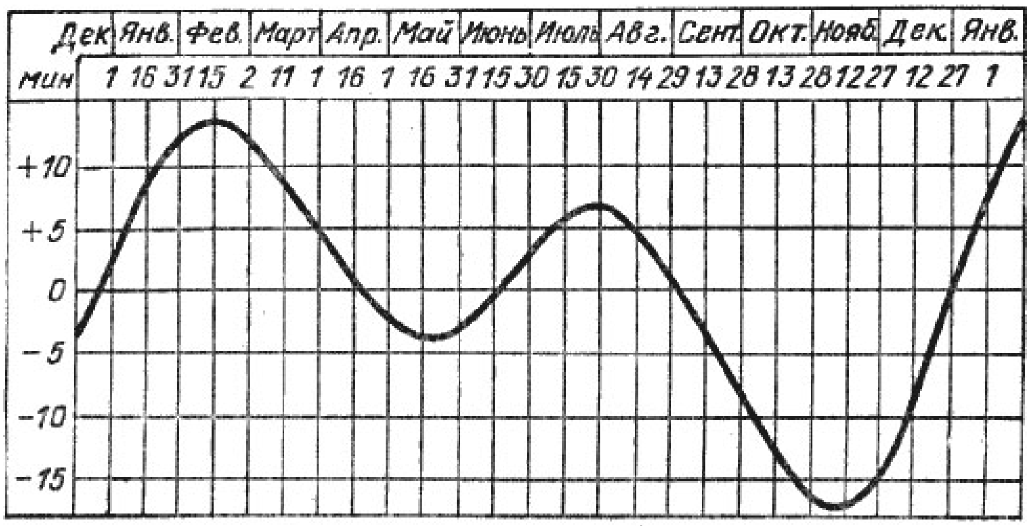
Ответ: масса Солнца $M_C = 320336 \textit{ масс Земли}$

4. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Правильная запись формулы связи радиусов орбит центров Солнца и Юпитера – 2 балла. Правильная запись эффекта Доплера – 2 балла. Нахождение линейной скорости движения центра Солнца – 2 балла. Нахождение массы Солнца, выраженной в массах Юпитера и, далее, в массах Земли – 2 балла.

5. Условие.

Когда в день выполнения задания наступает истинный полдень в Ростове-на-Дону (широта $47^0 13^{'}$; долгота $2\,часа\ 39\,минут$).

Уравнение времени определить по прилагаемой картинке.



Уравнение времени — разница между средним солнечным временем (ССВ) и истинным солнечным временем (ИСВ), то есть УВ = ССВ − ИСВ.

5. Решение.

Истинный полдень наступает тогда, когда часовой угол $t_{Солн}$ видимого центра диска Солнца равен нулю. Солнце в это время находится точно на юге, на нулевом меридиане Земли. Истинное время тогда $t_{истин} = 12\,час + t_{Солн} = 12\,час$.

В быту применяется среднее солнечное время $t_{средн}$, отсчитываемое по часовому углу некоей точки, движущейся по экватору со средней скоростью истинного Солнца.

Разница между этими временами дается величиной вычисляемой поправки, называемой уравнением времени.

$$УВ = t_{средн} - t_{истин} \,.$$

Предположим, задание выполняется в начале ноября. По приведенному графику величина УВ на начало ноября составляет $-16\,минут$, тогда

$t_{средн} = t_{истин} + УВ = 12\,час\,00\,мин - 16\,мин = 11\,час\,44\,мин$ - среднее солнечное время для конкретного меридиана с долготой $2\,часа\;39\,мин$.

Переходим на время нулевого меридиана. Обсерватория в Лондоне (Гринвич), расположена западнее. Там Солнце восходит позже, получаем Всемирное время $t_{мир} = t_{средн} - 2\,часа\;39\,мин = 9\,часов\;05\,мин$.

Далее, возвращаемся в свой часовой пояс (для Ростова-на-Дону $N = 2$), прибавляем 1 час — сдвиг времени, принятый специальным декретом в РСФСР в 1930 году.

Истинный полдень по принятому московскому времени $t_{Мск}$ наступит в Ростове -на-Дону в $t_{Мск} = 9\,часов 05 мин + 2\,часа + 1\,час = 12\,часов 05 мин$.

(На 2023-11-01 Стеллариум дает 12 час 4 мин 42 сек.)

5. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Определение понятия истинный полдень – 2 балла. Нахождение истинного времени – 2 балла. Нахождение среднего солнечного времени в истинный полдень на дату выполнения задания – 2 балла. Вычисление истинного полдня по принятому московскому в Ростове -на-Дону – 2 балла.

6. Условие.

У звезды HD 10180 (созвездие Южная Гидра, видимая звездная величина 7.33, температура 5900 К, измеренный параллакс 0.025 угловых секунд) обнаружена планетная система состоящая из девяти экзопланет.

Для экзопланет определены следующие характеристики:

Планетная система HD 10180

Планета	Масса ($M_\oplus$)	Большая полуось (а.е.)	Орбитальный период (дней)	Эксцентриситет
b	1,3	0,02222	1,17766	0,0005
c	13,0	0,0641	5,75973	0,07
i	1,9	0,0904	9,655	0,05
d	11,9	0,1284	16,354	0,011
e	25,0	0,270	49,75	0,001
j	5,1	0,330	67,55	0,07
f	23,9	0,4929	122,88	0,13
g	21,4	1,415	596	0,03
h	65,8	3,49	2300	0,18

Определить какие из экзопланет, с точки зрения землянина, находятся в области, пригодной для обитания - в поясе жизни. (Принять расположение пояса жизни аналогично Солнечной Системе. Расстояния Венеры и Марса от Солнца: 0.72 а.е. и 1.52 а.е.).

6. Решение.

Испускаемая звездой энергия L_* излучается в пространство по всем направлениям равномерно. На расстоянии d на единицу площади приходится величина $E = \dfrac{L_*}{4\pi d^2}$.

Примем, что пояс жизни в солнечной системе простирается от планеты Венера до планеты Марс при светимости Солнца L_{sun}, т. е. находится на расстояниях Венеры и Марса от Солнца: 0.72 а.е. и 1.52 а.е.

Определим светимость звезды HD 10180 в единицах Солнца L_*.

Абсолютная звездная величина звезды

$$M_* = m + 5 + 5\lg\pi = 7.33 + 5 + 5\lg 0.025 = 4.33\,(\text{зв вел})$$.

Найдем, во сколько раз светимость звезды отличается от светимости Солнца.

Из соотношения Погсона следует, что

$$\lg\frac{L_*}{L_{sun}} = 0.4(M_{sun} - M_*) = 0.4\cdot(4.72 - 4.33) = 0.156$$

отсюда

$$\frac{L_*}{L_{sun}} = 1.4$$

Светимость звезды почти в полтора раз больше светимости Солнца.
Световой поток убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.
Для Венеры на единицу площади от Солнца приходится энергия

$$E_{Венеры} = \frac{L_{sun}}{4\pi d^2_{Венеры}}$$

Для звезды HD 10180 равная по величине энергия $E_* = E_{Венеры}$ будет находиться на расстоянии d_1, которое находим по формуле:

$$d_1^{\ 2} = \frac{L_*}{4\pi E_{Венеры}} = \frac{L_*}{L_{sun}} d^2_{Венеры}$$

$$d_1 = d_{Венеры}\sqrt{\frac{L_*}{L_{sun}}} = 0.72 \cdot \sqrt{1.4} = 0.85\ a.e.$$

Аналогично, энергия, равная по величине энергии, получаемой Марсом, будет на следующем расстоянии от звезды

$$d_2 = d_{Марса}\sqrt{\frac{L_*}{L_{sun}}} = 1.52 \cdot \sqrt{1.4} = 1.82\ a.e.$$

Итак, пояс жизни для звезды HD 10180 находится в пределах от 0.85 а.е. до 1.82 а.е.

Этому условию из таблицы удовлетворяет только экзопланета **g,** с орбитальным периодом 596 дней.

Остальные находятся либо значительно ближе, либо, как экзопланета **h** - слишком далеко.

Планетная система HD 10180

Планета	Масса (M⊕)	Большая полуось (а.е.)	Орбитальный период (дней)	Эксцентриситет
b	1,3	0,02222	1,17766	0,0005
c	13,0	0,0641	5,75973	0,07
i	1,9	0,0904	9,655	0,05

Планета	Масса ($M_\oplus$)	Большая полуось (а.е.)	Орбитальный период (дней)	Эксцентриситет
d	11,9	0,1284	16,354	0,011
e	25,0	0,270	49,75	0,001
j	5,1	0,330	67,55	0,07
f	23,9	0,4929	122,88	0,13
g	**21,4**	**1,415**	**596**	**0,03**
h	65,8	3,49	2300	0,18

6. Система оценивания. Максимальное количество баллов за решение данной задачи – 8. Определение нахождения пояса жизни – 2 балла. Нахождение испускаемой звездой энергии – 1 балл. Нахождение потока энергии на расстоянии d от звезды – 1 балл. Использование соотношения Погсона – 1 балл. Расчет пояса жизни для звезды HD 10180 – 2 балла. Выбор экзопланеты, попадающей в пояс жизни – 1 балл.