

# 10 класс

## Задача 1

Ясным летним утром житель Ижевска решил полюбоваться восходом Солнца. В его квартире на высоком этаже есть окна, выходящие на север, и окна, выходящие на юг. К какому окну ему нужно подойти, чтобы увидеть восход, и почему?

4 балла

### Решение

Солнце восходит точно на востоке только в моменты равноденствий. В остальные дни точка восхода лежит либо между точками востока и севера – летом, или между точками востока и юга – зимой. По условию наблюдение проводилось летом. Следовательно, точка восхода будет в северо-восточной части горизонта. Поэтому нужно подойти к северному окну.

### Оценка

1 балл – за объяснение, что заход только в исключительных случаях происходит точно на востоке. 2 балла за определение того, к северу или к югу будет смещена точка восхода с учетом положения наблюдателя в северном полушарии. И еще 1 балл за правильный окончательный вывод.

## Задача 2

В некотором пункте звезда Капелла ( $\alpha = 5^h 17^m$ ,  $\delta = +45^\circ 59'$ ) проходит точно через зенит. Какую звезду чаще можно видеть из этого пункта: Спика ( $\alpha = 13^h 25^m$ ,  $\delta = -11^\circ 10'$ ) или Ригель ( $\alpha = 5^h 14^m$ ,  $\delta = -8^\circ 12'$ )?

6 баллов

### Решение

Тот факт, что звезда в верхней кульминации (выше невозможно!) проходит через зенит, позволяет найти широту места:

$$z = 0 = \varphi - \delta,$$

$$\varphi = \delta = +45^\circ 59'.$$

Это северное полушарие. Склонение Ригеля больше, чем у Спики, значит он ближе к северному полюсу мира, значит он на небе северного полушария расположен выше и проводит над горизонтом больше времени.

Кроме того, Спика ( $\alpha = 13^h 25^m$ ) бывает в противостоянии с Солнцем, когда прямое восхождение последнего равно  $01^h 25^m$ , а это бывает весной вскоре после весеннего равноденствия. Противостояние Ригеля приходится на прямое восхождение Солнца  $17^h 14^m$ , что бывает близко к зимнему солнцестоянию (точно  $18^h$ ). Иными словами, Спика – весенняя

звезда, а Ригель – зимняя. Зимой ночи длиннее, и весь путь Ригеля над горизонтом приходится на темное время суток.

### Оценка

Определение широты пункта – 2 балла. Определение видимости исходя из склонения звезд – 2 балла. Определение видимости исходя из долготы дня – 2 балла. Итого 6 баллов.

### Задача 3

Максимальный видимый радиус Солнца составляет  $16'17,53''$ , а минимальный –  $15'45,34''$ . Найдите эксцентриситет орбиты Земли.

*8 баллов*

### Решение

Обозначим  $R$  – линейный радиус Солнца,  $\rho$  – угловой радиус Солнца,  $r$  – расстояние Солнца от Земли. Тогда простейшие геометрические соображения показывают, что

$$R = r \operatorname{tg} \rho.$$

Поскольку угол  $\rho$  мал, можно записать (если  $\rho$  выражать в радианах)

$$R = r\rho,$$

откуда

$$r = \frac{R}{\rho}.$$

С другой стороны, формулы небесной механики показывают, что в перигелии ( $\pi$ ) расстояние равно

$$r_{\pi} = a(1 - e),$$

а в афелии ( $\alpha$ )

$$r_{\alpha} = a(1 + e),$$

где  $a$  – большая полуось,  $e$  – эксцентриситет орбиты Земли.

Таким образом,

$$\frac{R}{\rho_{\pi}} = a(1 - e),$$

$$\frac{R}{\rho_{\alpha}} = a(1 + e).$$

Поделив верхнюю формулу на нижнюю, найдем

$$\frac{\rho_{\pi}}{\rho_{\alpha}} = \frac{1 + e}{1 - e}.$$

Интересно, что поскольку слева стоит отношение угловых радиусов, то для вычисления не нужно переводить их в радианы, достаточно выразить в одинаковых единицах, например, в минутах и десятичных долях минут. Обозначим это отношение буквой  $k$ . Тогда из нашего уравнения находим:

$$e = \frac{k - 1}{k + 1}.$$

Переходим к числам:

$$k = \frac{\rho_{\pi}}{\rho_{\alpha}} = \frac{16 + 17,53/60}{15 + 45,34/60} = 1,034051,$$

$$e = \frac{0,034051}{2,034051} = 0,01674.$$

### Оценка

Связь видимого углового радиуса с расстоянием оценивается в 2 балла. Так же в 2 балла оценивается знание формул для афелийного и перигелийного расстояний. Еще 2 балла за вывод формулы для эксцентриситета и 2 балла за вычисление.

Возможно (и даже скорее всего), что участник выберет менее удобный и более долгий путь решения. Например, сначала найдет численные расстояния до Земли в перигелии и в афелии. Тогда по образцу выше 2 балла назначается за знание связи, 2 балл за вычисление расстояния. После этого 2 балла за уравнение для эксцентриситета и 2 балла за его решение. Если расстояния вычислены неправильно, то и ответ получится неправильный. В этом случае баллы за вычисления не присуждаются, и максимум можно получить 4 балла (2 за связь расстояние с угловым радиусом, 2 за перигелийное и афелийное расстояния (формулы)).

Для правильного численного ответа достаточно 2 значащих цифр, т.е. 0,017 – это правильный ответ.

Попутное вычисление большой полуоси дополнительных баллов не приносит, поскольку не требуется для задачи.

Так же, использование точных тригонометрических формул связи расстояние-радиус лишь усложняет работу участника, но не дает ему никаких баллов.

### Задача 4

Затмение Луны происходит при склонении Солнца  $-20^{\circ}50'$  и склонении Луны  $+20^{\circ}24'$ . Нарисуйте схему прохождения Луны через земную тень, как это будет видно из северного полушария. На схеме покажите в правильном масштабе тень и лунный диск, траекторию движения Луны, стрелкой обозначьте направление движения.

Диаметр земной тени принять равным 2,5 диаметрам Луны.

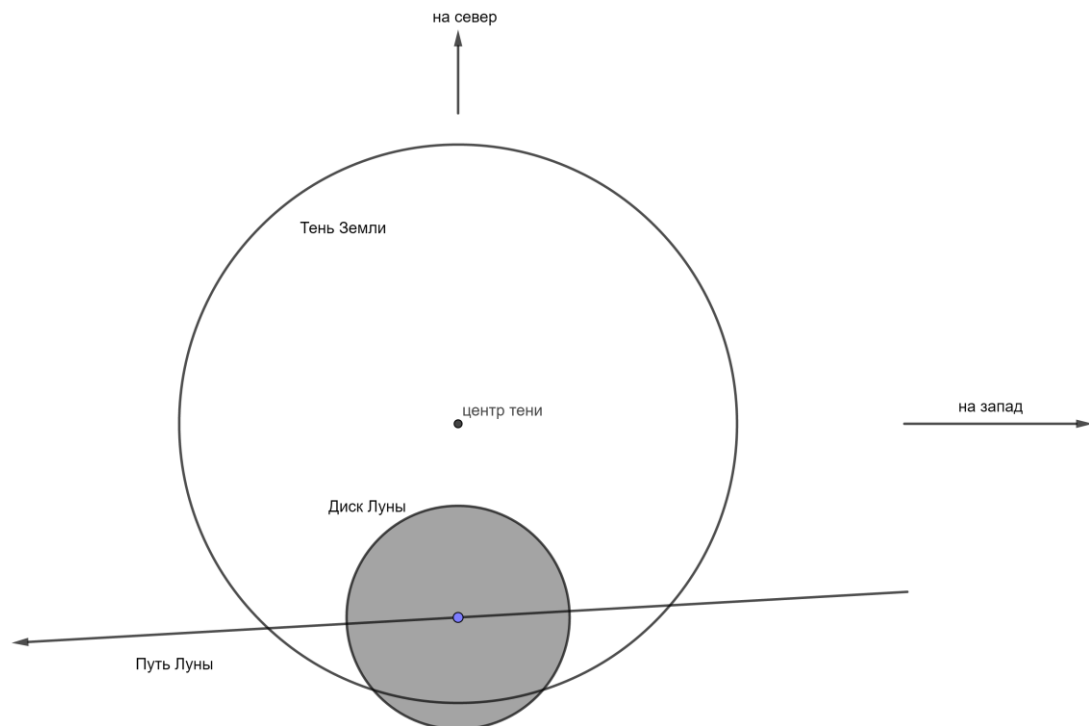
*6 баллов*

### Решение

Центр круга земной тени имеет склонение, противоположное по знаку склонению Солнца, т.е.  $+20^{\circ}50'$ . А склонение Луны по условию меньше на  $26'$ . Т.е. Луна пройдет южнее (ниже в северном полушарии) центра тени. Видимое орбитальное движение Луны происходит в направлении, противоположном суточному вращению небесной сферы, т.е. с запада на восток.

От центра тени до края диска Луны  $26' + 15' = 41'$ , что больше радиуса земной тени, равного  $2,5 \cdot 15' = 37,5'$ . Следовательно, затмение будет частным.

Остальное показано на рисунке.



### Оценка

По одному баллу дается за правильное определение следующих факторов:

- склонение центра Земной тени;
- изображение тени и Луны в правильном масштабе;
- изображение диска Луны в нужном месте с учетом частного характера затмения;
- указание направления на север – вверх;
- указание направления на запад – вправо (или на восток – влево);
- изображение траектории движения Луны в нужном направлении.

Наклон траектории Луны из условия задачи определить невозможно, поэтому он в известной степени произволен. Степень эта состоит в том, что наклон этот не может быть

слишком большим, как, например, сверху вниз или снизу вверх, что характерно для региона экватора, но не средних широт.

### Задача 5

Космический телескоп имени Джеймса Уэбба запущен в так называемую внешнюю точку Лагранжа. В этой точке он постоянно находится на одной прямой с Солнцем и Землей, но дальше Земли на 1,5 млн км. Несмотря на большую удаленность от Солнца, телескоп обращается вокруг него с той же угловой скоростью, что и Земля. Объясните, почему так происходит. Найдите, на сколько в процентах нужно увеличить массу Солнца, чтобы телескоп обращался на той же орбите с той же скоростью, но в отсутствие Земли.

7 баллов

### Решение

Очевидно, что телескоп притягивается не только к Солнцу, но и к Земле. Притяжение Земли создает дополнительное центростремительное ускорение, которое и увеличивает угловую скорость телескопа по сравнению с той, что была бы на его орбите в отсутствие Земли. Можно сказать, что Земля увеличивает эффективную массу Солнца для телескопа.

Для ответа на вторую часть задачи воспользуемся третьим (обобщенным) законом Кеплера. Индексом 1 будем обозначать систему Солнце-Земля, а индексом 2 – новую систему «увеличенное Солнце»-телескоп. Периоды обращения по условию в обеих системах одинаковы.

$$\frac{T_1^2 M}{T_2^2 (M + \Delta M)} = \frac{a^3}{(a + \Delta a)^3},$$

где  $T_1 = T_2$ . Элементарные преобразования дают:

$$\frac{\Delta M}{M} = \left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right)^3 - 1 \approx 3 \frac{\Delta a}{a}.$$

Поскольку по условию  $\Delta a/a = 0,01$ , то  $\Delta M/M = 0,03$ , что составляет 3%.

Другой способ решения состоит в использовании третьего закона Кеплера в абсолютной форме:

$$GM_1 = \frac{4\pi^2}{T^2} a^3,$$

в котором  $M_1$  – искомая увеличенная масса Солнца,  $T$  – сидерический период обращения телескопа вокруг Солнца, равный сидерическому периоду Земли,  $a$  – большая полуось орбиты телескопа, равная большой полуоси орбиты Земли плюс 1,5 млн км. Вычислив по этой формуле  $M_1$  следует определить её отношение к «невозмущенной» массе Солнца из справочной таблицы.

### Оценка

3 балла дается за понимание качественной картины: телескоп удерживается на своей гелиоцентрической орбите суммарным притяжением Солнца и Земли. Это оценка за ответ на первый вопрос задачи.

Использование третьего закона Кеплера в любой форме – еще 2 балла. Получение правильного ответа – 2 балла.

Если участник выбирает абсолютную форму закона Кеплера, нужно проследить, чтобы он использовал именно *сидерический* период обращения Земли, в противном случае снизить общую оценку на 1 балл.

### **Задача 6**

В физике и астрофизике энергию и массу элементарных частиц обычно измеряют в электронвольтах (эВ). Электронвольт – это энергия, которую приобретает электрон при прохождении разности потенциалов 1 В.

Выразите 1 эВ в джоулях. Вычислите массу электрона в эВ.

*8 баллов*

### **Решение**

Разность потенциалов  $\Delta\varphi$  – это электрическое напряжение, равное, как известно, отношению работы сил поля к перемещаемому заряду:

$$\Delta\varphi = U = \frac{A}{q}.$$

Совершаемая полем работа идет на увеличение энергии частицы. Поэтому можно написать

$$A = \Delta E = \Delta\varphi \cdot q.$$

Если  $\Delta\varphi = 1$  В, а  $q = e$  – заряд электрона, то получаем  $\Delta E = 1$  эВ.

Подставим численные данные в системе СИ:

$$\Delta E = 1 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Связь между массой и энергией дается знаменитым уравнением Эйнштейна

$$E = mc^2.$$

Поэтому масса электрона в джоулях равна

$$E_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ (Дж)}.$$

Для перевода в электронвольты нужно разделить это значение на  $1,602 \cdot 10^{-19}$ :

$$E_e = \frac{8,2 \cdot 10^{-14}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 5,1 \cdot 10^5 \text{ (эВ)} = 0,51 \text{ (МэВ)}.$$

### **Оценка**

2 балла за знание связи разности потенциалов с работой электрического поля, 1 – за то, что работа идет на изменение энергии электрона. Вычисление этой энергии в джоулях – 1 балл.

Связь энергии и массы по формуле Эйнштейна – 2 балла. Вычисление по ней массы электрона в эВ – 2 балла.

Итого 8 баллов.

<b>Задача</b>	<b>Максимальный балл</b>
1	4
2	6
3	8
4	6
5	7
6	8
<b>Всего</b>	<b>39</b>