

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии

11 класс, 2023/2024 учебный год
Длительность 2,5 часа. Максимум 48 баллов.



Задача 1. Двойная звезда-1 (8 баллов).

Юный астроном Вячеслав изучает двойную звезду, состоящую из двух звезд, аналогичных Солнцу. Известно, что период обращения этой двойной системы составляет 5 лет, а суммарный блеск $2,25^m$. Определите большую полуось системы и расстояние до этой двойной звезды.

Возможное решение:

Из условия известно, что период двойной системы составляет 5 лет, а суммарная масса звезд составляет 2 массы Солнца. Из третьего обобщенного закона Кеплера можно найти значение полуоси системы, оно будет равно расстоянию между звездами (**2 балла за формулу**):

$$\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Сравним две системы. Индекс 1 будет соответствовать рассматриваемой нами двойной звезде, а индекс 2 – системе Солнца-Земля, для которой период равен 1 год, а полуось орбиты 1 а.е. (**1 балл за указание параметров системы, с которой будем сравнивать**) Масса системы Солнце-Земля равна одной массе Солнца.

Тогда:

$$\frac{5^2 \cdot 2M}{1^2 \cdot M} = \frac{a_1^3}{1^3}, \Rightarrow a_1 = \sqrt[3]{50} \approx 3,684 \text{ а. е.}$$

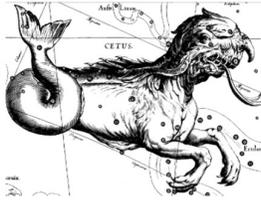
Итак, большая полуось системы равна 3.684 а.е. (**1 балл**)

2 этап. На этом этапе решения определим расстояние до двойной звезды. Из условия известно, что суммарный блеск звезды составляет $2,25^m$. Также известно, что звезды одинаковые и аналогичны Солнцу. Из справочных данных можно взять абсолютную звездную величину Солнца. Зная видимую и абсолютную звездные величины звезд, можно определить и расстояние.

Определим видимую звездную величину одной звезды. Запишем формулу Погсона для разности блеска звезд:

$$m_{\Sigma} - m_1 = -2.5 \lg \frac{E_{\Sigma}}{E_1} = -2.5 \lg \frac{E_1 + E_2}{E_1} = -2.5 \lg 2.$$

Отсюда



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии



11 класс, 2023/2024 учебный год

Длительность 2,5 часа.

Максимум 48 баллов.

$$m_1 = m_\Sigma + 2.5 \lg 2 \approx 2.25^m + 0.75^m = 3^m$$

(2 балла за этот этап - 1 балл за формулу, 1 балл за получение выражения для m_1 в общем виде или численное значение m_1):

Теперь определим расстояние до двойной звезды. В условии задачи сказано, что межзвездным поглощением пренебречь, значит:

$$M - m = 5 - 5 \lg r. \quad (1 \text{ балл за формулу})$$

Отсюда

$$r = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{3-4,7+5}{5}} \approx 4.57 \text{ пк}$$

(2 балла за получение верного численного ответа).

Итого максимум 8 баллов за задачу.

Задача 2. Двойная звезда-2 (8 баллов).

Юный астроном Николай тоже заинтересовался двойными системами, и решил понаблюдать за одной из них в телескоп диаметром 20 см и фокусным расстоянием 1 метр. С каким из предложенных окуляров можно будет увидеть в телескоп, что система двойная, если на небе Земли она видна как объект с угловым размером $0,8''$? Параметры окуляров: $f_1=20$ мм, $f_2=6$ мм. Межзвездным поглощением пренебречь. Разрешающую способность глаза человека принять равной $1'$.

Возможное решение:

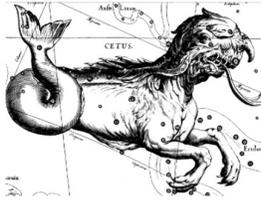
Сначала проверим, что данный телескоп в принципе способен разрешить данную двойную систему. Вычислим разрешающую способность телескопа:

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D},$$

где λ – длина волны света в оптическом диапазоне (550 нм), а D – диаметр телескопа.

Возможно учащийся воспользуется формулой

$$\theta'' = \frac{138}{D \text{ (мм)}}$$



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

11 класс, 2023/2024 учебный год

Длительность 2,5 часа.

Максимум 48 баллов.



В первой формуле ответ получится в радианах, и после перевода в угловые секунды в обоих вариантах разрешающая способность представленного телескопа составляет $0.7''$. Таким образом, данный телескоп в принципе способен разделить данную систему на две отдельных звезды. (**1 балл** за любую из этих формул и **1 балл** за получение значения разрешающей способности $0,7''$ и вывод о том, что телескоп способен разделить данную систему).

Нам предоставлены два окуляра с фокусными расстояниями $f_1 = 20$ мм и $f_2 = 6$ мм. Каждый из этих окуляров будет давать разное увеличение для изображения. Формула для увеличения визуального телескопа при малых углах (**1 балл**)

$$\Gamma = \frac{F}{f}$$

Увеличение равно отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра. Подставим имеющиеся значения и получим $\Gamma_1 = 50^x$, $\Gamma_2 = 167^x$. То есть, с первым окуляром телескоп увеличивает изображение в 50 раз, а со вторым в 167 раз. (**2 балла** – по 1 баллу за каждое верное значение).

Разрешающая способность глаза человека – одна угловая минута или, что тоже самое, $60''$. Используя первый окуляр, наблюдатель сможет увидеть двойную, если ее угловой размер больше, чем (**1 балл**)

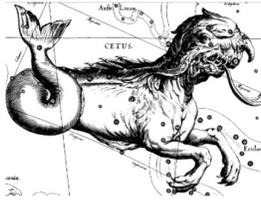
$$\alpha_1 = \frac{60''}{50^x} = 1.2''$$

А со вторым окуляром (**1 балл**)

$$\alpha_2 = \frac{60''}{167^x} = 0.36''$$

Отсюда мы можем сделать следующий вывод. С первым окуляром различить систему не получится, а со вторым окуляром это получится сделать. Так что нужно выбирать второй окуляр. (**1 балл** за верный вывод)

Итого максимум 8 баллов за задачу.



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
11 класс, 2023/2024 учебный год
Длительность 2,5 часа. Максимум 48 баллов.



Задача 3. Про Уфу (8 баллов)

Какова максимальная и минимальная высота Солнца в истинный полдень в Уфе в течение года? Как эти высоты будут меняться с течением времени из-за прецессии? Координаты Уфы: $54^{\circ} 45'$ с.ш., $55^{\circ} 58'$ в.д.

Возможное решение:

В полдень происходит верхняя кульминация Солнца, запишем формулу для верхней кульминации (*1 балл за формулу*)

$$h = 90^{\circ} - |\varphi - \delta|.$$

Хотя эту формулу можно сразу же упростить, так как Уфа не находится между тропиками, и поэтому Солнце всегда кульминирует к югу от зенита. Следовательно, модуль в формуле можно убрать (*1 балл*):

$$h = 90^{\circ} - \varphi + \delta$$

Ответим на вопрос, а почему высота верхней кульминации Солнца может меняться? Широта не меняется, а вот склонение Солнца меняется в течении года. Поэтому и высота будет меняться. В день летнего солнцестояния оно принимает максимальное значение и равно $\delta_1 = 23^{\circ} 27'$ (*1 балл*), а в день зимнего солнцестояния склонение минимально и равно $\delta_2 = -23^{\circ} 27'$ (*1 балл*).

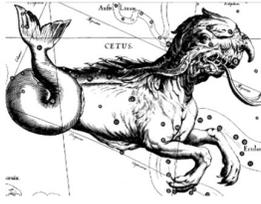
Широта Уфы равна $54^{\circ} 45'$. Подставим имеющиеся значения в формулу для высоты верхней кульминации.

$$h_{max} = 90^{\circ} - 54^{\circ} 45' + 23^{\circ} 27' = 58^{\circ} 42'$$

$$h_{min} = 90^{\circ} - 54^{\circ} 45' - 23^{\circ} 27' = 11^{\circ} 48'$$

(*2 балла – по 1 баллу за каждую верно найденную высоту*)

Теперь ответим на последний вопрос задачи о том, как эти значения будут меняться из-за прецессии. В следствии прецессии будут меняться обе экваториальные координаты – и склонение, и прямое восхождение. Однако не будет меняться угол наклона оси вращения Земли вокруг своей оси к плоскости эклиптики и, как следствие, максимальное и минимальное значения склонения также не будут меняться. Поэтому полученные выше



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии

11 класс, 2023/2024 учебный год
Длительность 2,5 часа. Максимум 48 баллов.



численные ответы не изменяться. (1 балл за ответ «не изменится» и 1 балл за аргументацию).

Итого максимум 8 баллов за задачу.

Задача 4. Черная дыра (8 баллов).

Черная дыра – это область в пространстве-времени, в которой гравитационное притяжение так велико, что ни вещество, ни свет, ни другие носители информации не могут ее покинуть. Черная дыра окружена поверхностью, из-под которой ничто не может выйти, ее называют «горизонтом событий» или «шварцшильдовским радиусом». Значение горизонта событий определяется из условия, что вторая космическая скорость равна скорости света. Определите шварцшильдовский радиус и среднюю плотность черной дыры в центре Млечного пути, если ее масса $4,3 \cdot 10^6$ масс Солнца.

Возможное решение:

Вторую космическую скорость можно рассчитать по формуле:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}},$$

где M – масса и R – радиус этого тела. (2 балла)

Масса черной дыры равна $M = 4,3 \cdot 10^6 \cdot 1,989 \cdot 10^{30}$ кг = $8,5527 \cdot 10^{36}$ кг $\approx 8,6 \cdot 10^{36}$ кг, где $1,989 \cdot 10^{30}$ кг – масса Солнца. (1 балл)

Из условия следует, что $v_2 = c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Найдем шварцшильдовский радиус:

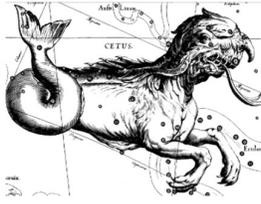
$$R = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \cdot 8,5527 \cdot 10^{36}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,268 \cdot 10^{10} \text{ м.}$$

(2 балла)

Найдем среднюю плотность вещества в пределах горизонта событий:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{8,5527 \cdot 10^{36}}{\frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (1,268 \cdot 10^{10})^3} \approx 1002\,021,62 \text{ кг/м}^3.$$

(3 балла – 1 балл за формулу и 2 балла за получение верного численного значения).



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

11 класс, 2023/2024 учебный год

Длительность 2,5 часа.

Максимум 48 баллов.



Средняя плотность черной дыры может меняться в широких пределах. Так как шварцшильдовский радиус растет пропорционально ее массе, то средняя плотность оказывается обратно пропорциональной квадрату массы черной дыры. Поэтому для массивных черных дыр средняя плотность мала, а у черных дыр меньшей массы плотность может оказаться достаточно большой.

Итого максимум 8 баллов за задачу.

Задача 5. Астероид Башкирия (8 баллов).

Астероид Башкирия находится в главном поясе астероидов. Апогелий его орбиты находится на расстоянии 3.66 а.е., период обращения вокруг Солнца составляет 2070 дней. Определите большую полуось орбиты астероида, эксцентриситет его орбиты и как близко этот астероид может приближаться к Земле. Орбиты астероида и Земли лежат в одной плоскости. Орбиту Земли считать круговой.

Возможное решение:

Афелийное расстояние (расстояние в апогелии) связано с большой полуосью орбиты астероида и его эксцентриситетом следующим образом:

$$q = a_A(1+e), \text{ тогда } e = q/a_A - 1. \quad (1 \text{ балл})$$

Большую полуось орбиты астероида можно определить, используя третий закон Кеплера. Астероид вращается вокруг Солнца, поэтому можно рассматривать его движение в сравнении с Землей, тогда $T_3 = 1$ год, $a_3 = 1$ а.е. (1 балл), $T_A = 2070$ дней = 5,67 года,

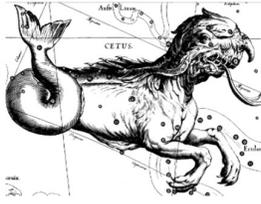
$$\frac{T_A^2}{T_3^2} = \frac{a_A^3}{a_3^3}, \Rightarrow a_A^3 = T_A^2, \Rightarrow a_A = T_A^{\frac{2}{3}}, \Rightarrow a_A = 5,67^{\frac{2}{3}} = 3,18 \text{ а.е.}$$

(3 балла – 2 балла за формулу, 1 балл за результат).

Теперь можно определить эксцентриситет орбиты:

$$e = \frac{3,66}{3,18} - 1 \approx 0,15.$$

(1 балла за результат).



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

11 класс, 2023/2024 учебный год

Длительность 2,5 часа.

Максимум 48 баллов.



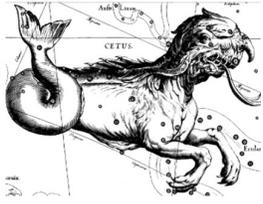
Ближе всего к Земле астероид может оказаться тогда, когда он будет в противостоянии в перигелии своей орбиты. Перигелийное расстояние $p = a_A \cdot (1 - e) = 3,18 \cdot (1 - 0,15) = 2,7 \text{ а.е.}$ (1 балла).

Тогда астероид может приблизиться к Земле на расстояние: $s = p - a_3 = 1,7 \text{ а.е.}$ (1 балл).

Итого максимум 8 баллов за задачу.

Задача 6. Альтернативные веса (8 баллов).

Определите массы двух белых карликов Сириус В и Процион В. Известно, что температура на поверхности равна 25000 К и 7700 К соответственно. Светимость Сириуса В составляет $0,056L_0$ (0,056 светимостей Солнца), видимая звездная величина Проциона В составляет $10,7^m$, а параллакс 285 миллисекунды. Воспользуйтесь диаграммой масса-радиус для белых карликов. Какой из этих двух белых карликов старше?



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии

11 класс, 2023/2024 учебный год

Длительность 2,5 часа.

Максимум 48 баллов.

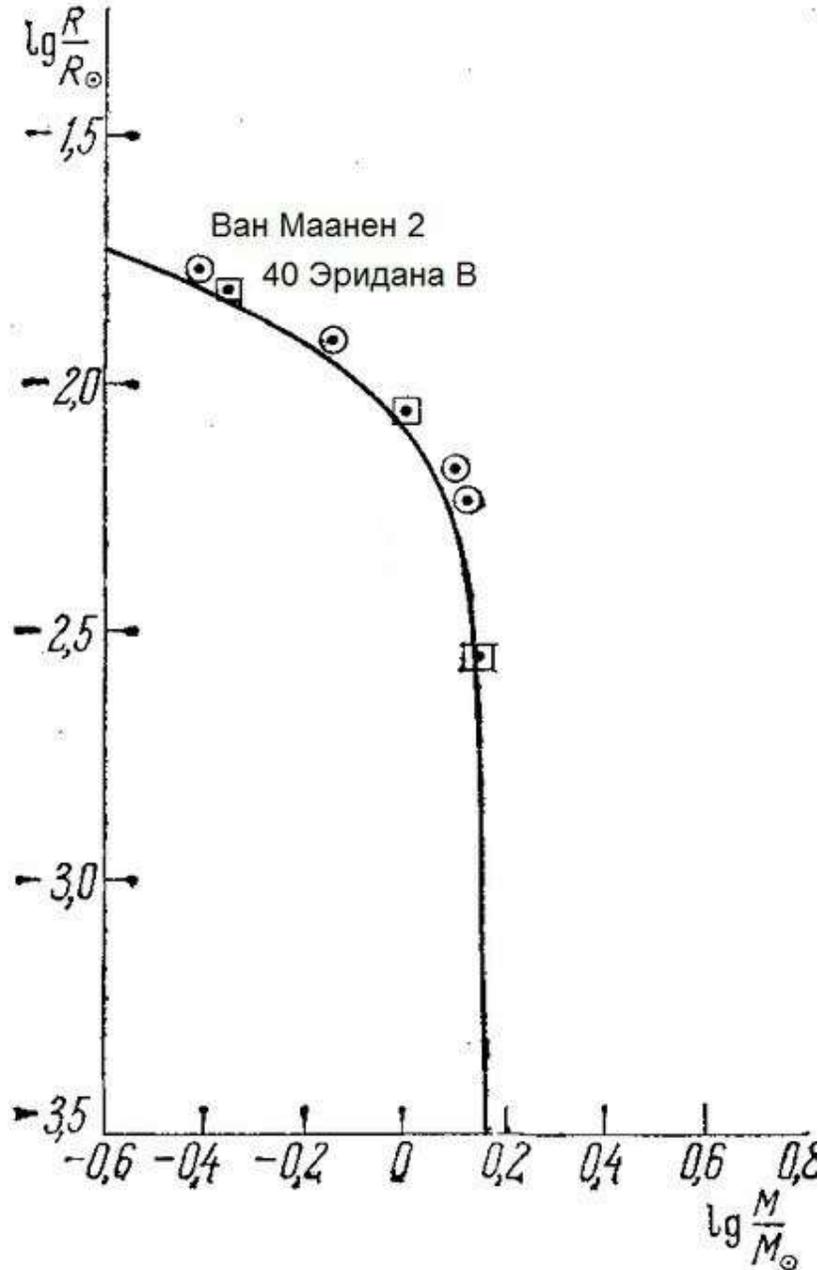
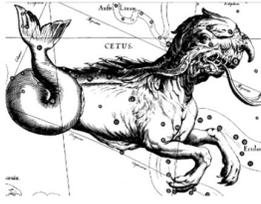


Рис. 1 – Диаграмма масса-радиус для белых карликов

Возможное решение:

Сразу можно ответить на последний вопрос задачи. Какой из белых карликов старше? Внутри этих звезд не проходят термоядерные реакции, и их излучение проходит исключительно за счет остывания, длящегося миллиарды лет. Отсюда вывод, что более



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии

11 класс, 2023/2024 учебный год

Длительность 2,5 часа.

Максимум 48 баллов.



старые карлики имеют меньшую температуру, а значит ответ на вопрос – Процион В. (2 балла – 1 балл за верный ответ, 1 балл за аргументацию).

Определим радиус Сириус В (радиус R_1 , температура T_1 , светимость L_1 , масса μ_1). По закону Стефана-Больцмана (1 балл за формулу):

$$L_1 = 4\pi R_1^2 \sigma T_1^4.$$

Отсюда получаем значение радиуса $R_1 \approx 8\,800$ км.

Для Сириуса В:

$$\lg \frac{R_1}{R_0} \approx -1,90.$$

Здесь R_0 – радиус Солнца, $R_0 = 697\,000$ км. Это соответствует значению:

$$\lg \frac{\mu_1}{\mu_0} \approx -0,25,$$

которое получено из графика (1 балл). Отсюда получаем: $\mu_1 \approx 0,56 \mu_0$. (1 балл)

Далее определим светимость и радиус Процина В (радиус R_2 , температура T_2 , светимость L_2 , масса μ_2 , видимая и абсолютная звездные величины m и M соответственно, расстояние r , годичный параллакс π):

$$M = m + 5 - 5 \lg r = m + 5 + 5 \lg \pi. \quad (1 \text{ балл})$$

Сравним Процион В с Солнцем по абсолютной звездной величине и получим светимость белого карлика (1 балл):

$$L_2 = L_0 \cdot 10^{0,4(M_0 - M)}.$$

Применяем теперь закон Стефана-Больцмана:

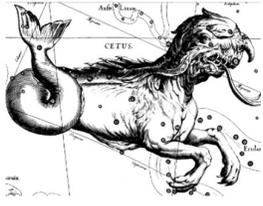
$$L_2 = 4\pi R_2^2 \sigma T_2^4.$$

Отсюда получим значение радиуса $R_2 \approx 9100$ км. Это соответствует

$$\lg \frac{R_2}{R_0} \approx -1,88,$$

значит по графику

$$\lg \frac{\mu_2}{\mu_0} \approx -0,21,$$



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

11 класс, 2023/2024 учебный год

Длительность 2,5 часа.

Максимум 48 баллов.



получаем: $\mu_1 \approx 0,62 \mu_0$. (1 балл; закон Стефана-Больцмана уже встречался выше, методика определения отношения по графику – тоже. Эти этапы оцениваются один раз для любого из объектов)

Примечание: При оценивании решения задачи следует обращать внимание на наличие и описание правильных действий и формул, которые и нужно оценивать в первую очередь. Численные значения могут несколько отличаться в результате погрешностей при получении значений с помощью графика, поэтому точное попадание в численные ответы не требуется.

Итого максимум 8 баллов за задачу.
