

11 класс

Задача 1

В романе Жюль Верн «Гектор Сервадак» описывается комета Галлия с расстоянием от Солнца в афелии 820 млн. км. и с периодом обращения 2 года. Могла ли быть такая комета?

Решение:

Применяя третий закон Кеплера T^2 (лет) = a^3 (а.е.), найдем, что большая полуось орбиты кометы равна $\sqrt[3]{4} \approx 1,588$ а.е. Тогда величина большой оси составит 3,176 а.е., или около 480 млн. км. Это противоречит расстоянию в афелии в 820 млн. км. Следовательно, подобной кометы быть не могло.

Критерии оценивания	баллы
Применен третий закон Кеплера для расчета большой полуоси кометы	3
Найдена большая ось орбиты кометы	1
Произведено сравнение большой оси и расстояния в афелии	2
Сделан вывод	2
Итого	8

Задача 2

В 2002 году был открыт транснептуновый объект пояса Койпера Квавар (англ. Quaoar. «кваоар») в созвездии Змееносца.

Квавар был самым большим из тел Солнечной системы, обнаруженным с момента открытия Плутона в 1930 году до начала 2003. Расстояние Квавара от Солнца в афелии 41.9 а.е., в перигелии 44.9 а.е. Как долго Квавар будет перемещаться по созвездии Змееносца, если Солнцу для этого требуется около 20 суток?

Решение

Среднее расстояние от Солнца

$$a = \frac{41.9 \text{ а.е.} + 44.9 \text{ а.е.}}{2} = 43.4 \text{ а.е. (2 балла)}$$

По третьему закону Кеплера

$$T^2 = a^3$$

$$T = \sqrt{43.4^3} = 286 \text{ лет (3 балла)}$$

Таким образом за год планета перемещается всего на $360^\circ/286 = 1.25^\circ/\text{год}$ или на $\sim 10''/\text{сутки}$. Протяженность созвездия Змееносца составляет около $10\text{-}20^\circ$

(это не нужно помнить, хотя бы грубо оценить), так что. все созвездие Квавар пройдет примерно за 10-20 лет. (Плутон перемещается чуть быстрее, примерно на 14"/сутки, его сидерический период обращения вокруг Солнца 248 лет) **(3 балла)**

Задача 3

На каком расстоянии от наблюдателя освещенность от Солнца будет такой же, как от лампы мощностью 100 Ватт на расстоянии в 1 метр? Сравните с расстоянием от Солнца до Земли (150 млн км). Считайте, что половина излучения Солнца приходится на видимый диапазон (КПД - 50%), а КПД лампы - 10%. Полная светимость Солнца составляет 4×10^{26} Вт

Решение

Освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света. Приравниваем освещенность от Солнца и лампы:

$$\frac{\eta_{\text{Солнце}} \times L_{\text{Солнце}}}{r_{\text{Солнце}}^2} = \frac{\eta_{\text{Лампа}} \times L_{\text{Лампа}}}{r_{\text{Лампа}}^2} \quad \text{(4 балла)}$$

Таким образом, искомое расстояние равно

$$r_{\text{Солнце}} = \sqrt{\frac{\eta_{\text{Солнце}} \times L_{\text{Солнце}} \times r_{\text{Лампа}}^2}{\eta_{\text{Лампа}} \times L_{\text{Лампа}}}} = \sqrt{\frac{0.5 \times 4 \times 10^{26}}{0.1 \times 100}} = 4.47 \times 10^{12} \text{ метров, (4 балла)}$$

что составляет примерно 30 расстояний между Солнцем и Землей (астрономических единиц).

Задача 5

Измерения полуденной высоты Солнца 22 июня дали $h_1 = 57^\circ$, а 22 декабря $h_2 = 10^\circ$. Определите широту места наблюдения и склонение Солнца в эти дни.

9 класс

Решение:

Из наблюдений известно, что 22 июня Солнце имеет максимально склонение $\delta_1 = +\varepsilon$, а 22 декабря – минимальное: $\delta_1 = -\varepsilon$.

Поскольку $h_1 = 90^\circ - \varphi + \varepsilon$, а $h_2 = 90^\circ - \varphi - \varepsilon$, то получим: $\varepsilon = (h_1 - h_2) / 2 = 23,5^\circ$,

а $\varphi = 90^\circ - (h_1 + h_2) / 2 = 56,5^\circ$, $\delta_1 = +23,5^\circ$, $\delta_2 = -23,5^\circ$

критерии оценивания	баллы
Определено склонение Солнца в указанные даты	2
Записаны формулы для высоты светила в кульминации	4
Найдена широта места	1
Найдено склонение Солнца	1
Итого	8

Задача 5

Угловой диаметр Солнца на Земле составляет около $30'$, а его блеск равен -26.8^m . Чему равны угловой диаметр и блеск Солнца при наблюдении с поверхности Меркурия? Считать орбиты планет круговым. Большая полуось орбиты Меркурия равна 0.387 а.е

Решение

Среднее расстояние Меркурия от Солнца составляет 0.387 а.е. в 2.58 раз меньше, чем расстояние от Солнца до Земли. При наблюдении с этой планеты угловой диаметр Солнца будет в 2.58 раз больше, чем на Земле, то есть около 1.3° . (4 балла) Звездная величина Солнца на Меркурии составляет

$$T = -26.8 - 5 \lg 2.58 = -28.9 \text{ (4 балла)}$$

Задача 6

Вокруг звезды в созвездии Столовая Гора ($\alpha = 5^h 45^m$, $\delta = -70^\circ$) по эллиптическим орбитам вращаются три планеты (назовём их А, Б и В). Некоторые параметры этих орбит приведены в таблице. Определите период планеты В и большую полуось планеты А.

Параметр	Планета А	Планета Б	Планета В
Период обращения, земные сутки	5.64	14.03	7
Большая полуось, а. е.	?	0.0954	0.172
Эксцентриситет	0.2	0.11	0.2

Решение

Период обращения планеты и большая полуось её орбиты связаны соотношением, известным как 3-й закон Кеплера:

$$\frac{a_A^3}{T_A^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2} = \frac{a_V^3}{T_V^2} = \text{const} \text{ (4 балла)}$$

Обратите внимание, что эксцентриситет в данное соотношение не входит.
Таким образом, большая полуось планеты А равна

$$a_A = \sqrt[3]{\frac{T_A^2 \times a_B^3}{T_B^2}} = \sqrt[3]{\frac{5.64^2 \times 0.0954^3}{14.03^2}} \approx 0.052 \text{ а. е. (2 балла)}$$

Период планеты В равен $T_B = \sqrt{\frac{T_B^2 \times a_B^3}{a_B^3}} = \sqrt{\frac{14.03^2 \times 0.172^3}{0.0954^3}} \approx 34 \text{ суток. (2 балла)}$

Каждое задание оценивается в 8 баллов