Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
2023-2024 учебный год
АСТРОНОМИЯ
11 класс
Критерии оценивания

Выставление премиальных баллов сверх максимальной оценки за задание не допускается.

Задание №1

1. Выбран рисунок 6 – 4 балла.
2. Представлено наиболее близкое значение ослабления в 1,01 раза – 4 балла.

Итого за задание 8 баллов.

Задание №2

1. Известно, что расстояние в перигелии можно вычислить по формуле:

$a_p = a_0(1-e)$, а расстояние в афелии по формуле $a_a = a_0(1+e)$. Здесь e – эксцентриситет, а в a_0 – размер большой полуоси. Отсюда легко найти ответ на первый вопрос:

$$\frac{a_0}{a_p} = \frac{1+e}{1-e} = 1{,}86.$$

2. Известно, что освещённость обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника света. Значит, отношение освещённостей будет равно

$$\frac{E_p}{E_a} = \left(\frac{a_0}{a_p}\right)^2 = 3{,}45.$$

3. Согласно формуле Погсона, разность звёздных величин – это

$$\Delta m = 2{,}5\lg\frac{E_p}{E_a} = 1{,}34.$$

4. Согласно 3-му закону Кеплера, период обращения зависит только от величины большой полуоси и масс притягивающих друг друга объектов. Поскольку по условию ни одна из этих величин не менялась, то не изменится и период.

1. Дан ответ на первый вопрос в интервале 1,84 - 1,87 – 2 балла.
2. Дан ответ на второй вопрос в интервале 3,43 – 3,47 – 2 балла.
3. Дан ответ на третий вопрос в интервале 1,33 – 1,39 – 2 балла.
4. Период не изменился - 2 балла.

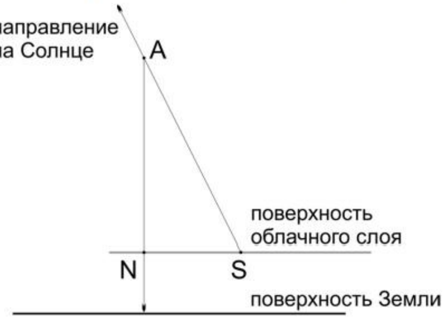
Итого за задание – 8 баллов.

Задание №3

Ответим сначала на последний вопрос задачи. 21 июня склонение Солнца равно $\delta = 23.4°$, и его высоту в полдень (это момент верхней кульминации) легко найти по формуле:

$$h = 90° - \varphi + \delta = 63.4°.$$

Итак, угловая высота Солнца в рассматриваемый момент времени составляла 63.4°. Теперь мы можем ответить на первый вопрос задачи. Нарисуем прямоугольный треугольник с вершинами в самолёте (A), его тени (S) и точки надира на облачном слое (N).



Один из катетов этого треугольника равен AN = 10400 – 2800 = 7600 м, а второй катет (NS) является искомой величиной. Угол $\angle NSA$ – это угол между горизонтом и направлением на Солнце. Он равен угловой высоте Солнца над горизонтом: $\angle NSA = h = 63.4°$. Соответственно, угол «при самолёте» равен $\angle NAS = 90° - 63.4° = 26.6°$. Отсюда расстояние от тени до точки надира равно $NS = 7600 \text{ tg } 26.6° \approx 3800$ м.

В средних широтах Северного полушария Земли Солнце в полдень находится к югу от отвесной линии. Поэтому тень будет находиться к северу от отвесной линии и, соответственно, точки надира на облаках.

Ответ: 1) примерно 3800 м; 2) к северу; 3) 63.4°.

1. Понимание картины происходящего, выраженное рисунком или верным ходом решения – 1 балл
2. Запись формулы высоты в верхней кульминации – 1 балл.
3. Вычисление угловой высоты Солнца с ответом в диапазоне [63°; 64°] – 2 балла. За верный ответ без формулы или вычислений ставится 1 балл.
4. Вычисление высоты самолёта над облачным слоем – 1 балл.
5. Определение направления, в котором расположена тень относительно точки надира – 1 балл.
6. Определение искомого расстояния – 2 балла.

Итого за работу 8 баллов

Задание №4

Максимальное падение блеска произойдёт в тот момент, когда все три планеты окажутся на диске звезды, но не будут перекрывать друг друга. Поток от звезды I пропорционален видимой площади звезды S, следовательно,

$$I_0 \sim S = \pi R^2, \qquad I \sim S - S_1 - S_2 - S_3,$$

где I_0 – поток от звезды вне минимумов блеска, $S_1 = \pi R_1{}^2$, $S_2 = \pi R_2{}^2$ и $S_3 = \pi R_3{}^2$. Поделив второе уравнение на первое, получим

$$\frac{I}{I_\odot} = \frac{R^2 - R_1^2 - R_2^2 - R_3^2}{R^2} = \frac{4R_\odot^2 - 4R_ю^2 - 1.96R_ю^2 - 1.25R_н^2}{4R_\odot^2} = 0.984.$$

Чтобы найти падение блеска в звёздных величинах, воспользуемся формулой Погсона:

$$\Delta m = -2.5 \lg \frac{I}{I_\odot} = 0.018.$$

1. Максимальное падение блеска, когда все три планеты окажутся на диске звезды (это может быть просто видно из решения) – 2 балла.
2. Поток от звезды пропорционален площади – 1 балл.
3. Поток при максимальном падении блеска пропорционален $S_\odot - S_1 - S_2 - S_3$ – 1 балл.
4. Нахождение $I / I_\odot = 0.984$ (может быть не посчитано численно, но иметь правильную формулу) – 1 балл.
5. Правильная запись формулы Погсона для этой задачи – 1 балл.
6. Полученное падение блеска в звёздных величинах – 2 балла.
Итого за задание – 8 баллов.

Задание №5

На первом этапе задачи определим угловой размер Марса в противостоянии. Воспользуемся формулой углового размера:

$$\rho'' = \frac{206265 \cdot D}{r_0} = 24.6''.$$

Теперь определим линейный размер изображения Марса в фокальной плоскости

$$x = F \cdot \rho.$$

Здесь ρ – должно быть подставлено в радианах. Подставляем значения и получаем

$$x = F \cdot \rho = 1000\text{мм} \cdot \frac{24.6}{206265} = 0.1193\text{мм} = 119.3\text{мкм}.$$

Согласно условию, один пиксель имеет размер 5 мкм. Тогда линейный диаметр изображения Марса составит $d = 119.3 / 5 \approx 23.9$ пикселя. Поскольку Марс в противостоянии, то его фаза равна 1, и на изображении будет виден весь диск Марса. Марс при этом займёт

$$N_{\text{px}} = \pi \cdot (d/2)^2 = 447\text{пикселей}.$$

К такому же ответу можно прийти, если сначала вычислить площадь изображения Марса в микрометрах, а затем разделить на площадь одного пикселя – 25 мкм^2.

Теперь определим число фотонов, пришедшее на 1 пиксель за время экспозиции. Марс во время великих противостояний имеет видимую звёздную величину -2.9^m. Определим количество фотонов, приходящих от Марса за время экспозиции:

$$N = N_0 \cdot \Delta t \cdot S \cdot 10^{-0.4(m-m_0)},$$

где Δt – это выдержка фотографии, показывающая, сколько времени открыт затвор. Количество фотонов линейно растёт с увеличением выдержки. S – площадь объектива телескопа, N_0 – число фотонов, приходящих от звезды 0^m, а множитель $10^{-0.4(m-m_0)}$ показывает, насколько больше освещённость от объекта, чем от звезды нулевой звёздной величины.

Будем использовать предположение, что все фотоны имеют одинаковую энергию. Тогда соотношение освещённостей равно отношению числа фотонов. Вычислим общее число фотонов, которые придут на ПЗС камеру:

$$N = 10^6 \cdot \frac{1}{200} \cdot \frac{\pi 20^2}{4} \cdot 10^{-0.4(-2.9-0)} = 22.7 \cdot 10^6.$$

Для определения числа фотонов в одном пикселе разделим общее число фотонов на число пикселей:

$$N_1 = \frac{22.7 \cdot 10^6}{447} = 50.8 \cdot 10^3.$$

1. Определение углового размера Марса – 1 балл.
2. Определение числа пикселей ПЗС, в которых будет изображение Марса. Первый балл ставится за определение линейного размера изображения через фокусное расстояние. Второй балл за масштаб изображения в пикселях. Третий балл за определение площади

Марса в пикселях. Если участник неверно нашел угловой размер Марса или перепутал радиус с диаметром, тогда он получает не более 1 балла, если получил диаметр изображения Марса правильно для своего значения углового размера. Участник может считать целое число пикселей, освещаемых Марсом. Так диаметр Марса может попадать на 24, а может и на 25 пикселей. Это несколько меняет итоговый ответ, но ошибкой не является – 3 балла.

3. Определение общего числа фотонов. 1 балл ставится за правильное использование формулы Погсона (возможно с результатом, что Марс ярче звезды 0m в 14.45 раза). Второй балл – за запись выражения для полного числа фотонов в общем виде. 3-й балл за корректный численный подсчёт. Возможно, что участник делает все вычисления в конце. Тогда этот балл выставляется только при правильном конечном ответе – 3 балла.

4. Определение числа фотонов, оказавшихся в одном пикселе. Данный балл выставляется только при правильном численном ответе в отсутствие ошибок на предыдущих этапах – 1 балл.

Итого за задание – 8 баллов.

Задание №6

Объём шара можно вычислить по формуле $V_ш = 4/3\,\pi R^3$. Объём оболочки – это объём пространства, заключённый между двумя сферами с единым центром и радиусами, равными внутреннему (R_i) и внешнему ($R_o = R_i + \Delta R$) радиусам оболочки. Можно вычислить объём оболочки как

$$V = \frac{4}{3}\pi[(R_i + \Delta R)^3 - R_i^3].$$

Поскольку $R_i \gg \Delta R$, то последнюю формулу можно упростить. Раскроем куб суммы:

$$V = \frac{4}{3}\pi(R_i^3 + 3R_i^2\Delta R + 3R_i\Delta R^2 + \Delta R^3 - R_i^3).$$

Здесь R_i^3 сокращается, а из оставшихся членов тот, который содержит R_i^2, заведомо больше остальных. Таким образом, получаем удобную формулу для вычисления объёма оболочки, чья толщина гораздо меньше радиуса:

$$V = 4\pi R_i^2 \Delta R.$$

Толщина оболочки в астрономических единицах равна

$$\Delta R = 15 \cdot 10^6 / 150 \cdot 10^6 = 0{,}1 \text{а. е.}$$

Подставляем значения:

$$V = 4\pi(2\text{а. е.})^2 0{,}1\text{а. е.} \approx 5\text{а. е.}^3$$

Для ответа на второй вопрос выразим найденный объём в кубических метрах:

$$V = 5 \cdot (150000000000)^3 \approx 1{,}69 \cdot 10^{34} \text{ м}^3.$$

При концентрации пыли $n = 1$ м$^{-3}$ число пылинок численно совпадает с

$$N = nV = 1{,}7 \cdot 10^{34} \text{ шт.}$$

Каждая пылинка имеет объём

$$V_n = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 0{,}0000001^3 \approx 4{,}19 \cdot 10^{-21} \text{ м}^3.$$

Значит, суммарный объём всех пылинок составляет

$$V_n N = 7{,}08 \cdot 10^{13} \text{ м}^3.$$

Объём астероида радиусом a = 10 000 м равен

$$V_a = \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{4}{3}\pi 10000^3 = 4{,}19 \cdot 10^{12} \text{ м}^3.$$

Теперь можно получить ответ:

$$N_a = \frac{V_n N}{V_a} \approx 17 \text{ шт.}$$

1. Дан верный ответ на первый вопрос в интервале 5 - 5,3 – 4 балла.
2. Дан верный ответ на второй вопрос в интервале 16 - 18 без правильного округления - 4 балла.

Итого за задание – 8 баллов