

# Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

## Муниципальный этап

### 11 класс

### Решения

#### Задача 1

Разместите объекты в порядке увеличения их размера

1. Сатурн
2. Ганимед
3. Земля
4. Квавар
5. Луна
6. Нептун
7. Плутон
8. Церера

#### Решение и критерии:

Название объекта	размер, км
Квавар	890
Церера	950
Плутон	2377
Луна	3474
Ганимед	5262
Земля	12742
Нептун	49244
Сатурн	116484

Каждый правильный ответ **1 балл**

#### Задача 2

Большая полуось орбиты малой планеты Шагал составляет 3,2 а.е. Найти период обращения этой планеты вокруг Солнца.

Дано

$$T_1 = 5,6 \text{ года}$$

$$T_2 = 1 \text{ год}$$

$$a_2 = 1 \text{ а.е}$$

**Решение**

$$T_{\oplus} = 1 \text{ год}$$

$$a_{\oplus} = 1 \text{ а. е.}$$

$$\frac{T_p^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a_p^3}{a_{\oplus}^3}$$

$$T_p^2 = \frac{a_p^3 \cdot T_{\oplus}^2}{a_{\oplus}^3}$$

$$T_p^2 = a_p^3$$

$$T_p = \sqrt{a_p^3} = 5.72 \text{ года}$$

**Критерии:** Запись 3-го закона Кеплера - **2 балла;**

1 год и 1 а.е. для Земли - **2 балла;**

Правильные математические преобразования в формуле – **2 балла;**

Правильный ответ – **2 балла**

### **Задача 3**

Вычислить первую и вторую космические скорости для планеты, масса которой составляет 0,1 массы Земли, а радиус меньше земного примерно в 2 раза. Первая космическая скорость для Земли равна 7,8 км/с.

**Решение:**

$$R_p = \frac{R_{\oplus}}{2}$$

$$M_p = 0.1M_{\oplus}$$

$$v_{1\oplus} = 7.8 \text{ км/с}$$

$$v_{1\oplus} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}}}$$

$$v_{1p} = \sqrt{\frac{G \cdot 0.1M_{\oplus}}{\frac{R_{\oplus}}{2}}}$$

$$\frac{v_{1p}}{v_{1\oplus}} = 0.45 \Rightarrow v_{1p} = 0.45v_{1\oplus} = 3.51 \text{ км/с}$$

$$v_2 = \sqrt{2}v_1$$

$$v_{2p} = \sqrt{2} \cdot 3.51 \text{ км/с} = 4.96 \text{ км/с}$$

### **Критерии:**

Правильная запись параметров планеты – **2 балла**

Формула для расчёта первой космической скорости – **1 балл**

Расчёт отношения – **2 балла**

Определение первой космической скорости – **1 балл**

Формула для расчёта второй космической скорости – **1 балл**

Определение второй космической скорости – **1 балл**

### **Задание 4**

Звезда S4714 движется по орбите вокруг Sgr A\* с орбитальным периодом 12 лет. Большая полуось орбиты составляет 950 а.е. Определите плотность черной дыры.

**Решение.**

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Определим массу по третьему обобщенному закону Кеплера

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M + m)}$$

Массой звезды по сравнению с массивной черной дырой можно пренебречь:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M + m)}$$

Откуда

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$$

$$M = 1,2 \cdot 10^{37} \text{ кг}$$

Для того чтобы определить объём рассчитаем радиус черной дыры. Воспользуемся формулой для расчета второй космической скорости, учитывая, что в данном случае скорость равна скорости света:

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$c^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

$$R = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot 1,2 \cdot 10^{37} \text{ кг}}{9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2 / \text{с}^2} \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

Определяем плотность:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\rho = \frac{1,2 \cdot 10^{37} \text{ кг}}{\frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{10} \text{ м})^3} = 3,6 \cdot 10^5 \text{ кг} / \text{м}^3$$

### **Критерии:**

обобщенный закон Кеплера – **1 балл**

перевод единиц измерения – **1 балл**

расчёт массы – **1 балл**

формула второй космической скорости – **1 балл**

скорость равна скорости света – **1 балл**

расчёт радиуса – **1 балл**

объём через радиус – **1 балл**

расчёт плотности – **1 балл**

## Задача 5

Телескоп ТАЛ-200А изготовленный на ОАО ПО «Новосибирский приборостроительный завод», имеет объектив 200 мм и относительное отверстие 1:9. В комплект входят окуляры с фокусным расстоянием 10 мм и 25 мм.

1. Определить увеличение, даваемое каждым окуляром с этим телескопом?
2. Какое минимальное угловое разрешение дает телескоп для визуальных наблюдений, если использовать окуляры из комплекта?
3. Есть ли возможность с их помощью разрешить двойную систему с расстоянием между компонентами 1"? Считать, что разрешающая способность глаза равна 1'.

**Решение.** Предельная разрешающая способность телескопа (то есть способность увидеть два близкорасположенных объекта не одной точкой, а двумя), определяется формулой:

$$\delta = \frac{140''}{D}$$

$D$  – в мм.  $\delta = 0.7''$ . Значение меньше чем расстояние между компонентами, значит мы можем их разрешить

Относительное отверстие – отношение диаметра к фокусному расстоянию объектива. Здесь оно задано в виде

$$D = \frac{F_{об}}{9} \Rightarrow F = 9D$$

$$F_{об} = 1800 \text{ мм}$$

Фокусное расстояние равно 1800 мм.

Увеличение, даваемое первым окуляром:

$$\Gamma_1 = \frac{F_{об}}{F_{ок1}}$$

$$\Gamma_1 = 180$$

Для второго окуляра увеличение равно

$$\Gamma_2 = \frac{F_{об}}{F_{ок2}}$$

$$\Gamma_1 = 72$$

Вычислим разрешающую способность. Так как у глаза она равна  $60''$ , то

$$\Gamma'_1 = \frac{d_{\text{гл}}}{D_{\text{об1}}}$$

$$\Gamma'_1 == \frac{60''}{180} = 0.33''$$

$$\Gamma'_2 = \frac{d_{\text{гл}}}{D_{\text{об2}}}$$

$$\Gamma'_2 == \frac{60''}{72} = 0.83''$$

Разрешающая способность в первом случае меньше вычисленной ранее для телескопа –  $0.7''$ . Поэтому ответ:  $0.7''$  и  $0.83''$ .

(Также, учащие могут для определения разрешающей способности телескопа использовать формулу:

$$\delta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

Где  $\lambda = 540 - 550$  нм – длина волны видимого излучения,

$D$  – диаметр объектива в метрах. Разрешение по этой формуле получим в радианах. Если надо получить в секундах, надо умножить полученное число радианов на 206265 – столько секунд содержится в радиане.)

### **Критерии:**

Предельная разрешающая способность телескопа – **1 балл**

мы можем их разрешить – **1 балл**

Определение фокусного расстояния – **1 балла**

Увеличение, даваемое первым окуляром – **1 балл**

Увеличение, даваемое вторым окуляром – **1 балл**

Разрешающая способность первого окуляра – **1 балл**

Разрешающая способность второго окуляра – **1 балл**

Итоговый ответ  $0.7''$  и  $0.83''$  – **1 балл**

## Задача 6

Звезда Альгети из созвездия Геркулес ( $\alpha$  Her) двойная и состоит из компонентов, которые имеют видимые звёздные величины  $2,74^m$  и  $5,4^m$ . Сравните блеск этой двойной системы и системы звезды Минтака созвездия Орион ( $\delta$  Ori), компоненты которой имеют видимые величины  $2,25^m$  и  $7,0^m$

**Решение:**

1. Определим визуальный блеск компонентов  $\alpha$  Her:

$$E_1 = 10^{-0.4 \cdot m_1}$$

$$E_1 = 10^{-0.4 \cdot 2.74} = 0.0801$$

$$E_2 = 10^{-0.4 \cdot m_2}$$

$$E_2 = 10^{-0.4 \cdot 5.4} = 0.0068$$

Блеск двойной Рег:

$$E_A = E_1 + E_2 = 0.0871$$

Видимая звёздная величина:

$$m_A = -2.5 \lg E_A$$

$$m_A = -2.5 \lg 0.0871 = -2.5 \cdot (-1.0601) = 2.65^m$$

2. Определим визуальный блеск компонентов  $\delta$  Ori:

$$E_3 = 10^{-0.4 \cdot m_3}$$

$$E_3 = 10^{-0.4 \cdot 2.25} = 0.1259$$

$$E_4 = 10^{-0.4 \cdot m_4}$$

$$E_4 = 10^{-0.4 \cdot 7.0} = 0.0016$$

Блеск двойной Her:

$$E_M = E_3 + E_4 = 0.1275$$

Видимая звёздная величина:

$$m_M = -2.5 \lg E_M$$

$$m_M = -2.5 \lg 0.1275 = -2.5 \cdot (-0.8946) = 2.24^m$$

Пара звезд  $\delta$  Ori будет выглядеть ярче чем  $\alpha$  Her.

**Критерии:**

Знание формулы для расчета блеска компонентов – **1 балл**

Верные расчеты по **1 баллу**

Знание формулы блеска двойной системы – **1 балл**

Знание формулы для расчета видимой звездной величины – **1 балл**

Верные расчеты – **1 балл**

Верный вывод – **1 балл**