

Муниципальный этап

Всероссийской олимпиады школьников по астрономии (2023 / 2024 учебный год)

11 классы

ЗАДАНИЯ И РЕШЕНИЯ

Задание 1. Перечислите планеты Солнечной системы в порядке уменьшения количества спутников. Укажите число спутников каждой планеты.

Решение задания 1. Сатурн 146, Юпитер 95, Уран 27, Нептун 14, Марс 2, Земля 1, Венера и Меркурий – 0.

Оценивание. 8 баллов за правильную последовательность и указание числа спутников у каждой планеты. За каждую ошибку (нарушение последовательности, неверное число спутников) – минус один балл.

Задание 2. Шаровое звездное скопление М13 состоит из 100 тысяч звезд и имеет диаметр около 150 световых лет. Оцените среднее расстояние между звездами в этом скоплении.

Решение задания 2. Для оценки среднего расстояния между звездами скопления можно вычислить, какая часть объема скопления приходится на одну звезду, и извлечь из полученного числа кубический корень. Полный объем скопления $V = \frac{4}{3} \pi (150 / 2)^3 \approx 1,7 \cdot 10^6$ (св. лет)³.

Следовательно, на одну звезду приходится $\frac{1,7 \cdot 10^6}{10^5} \approx 17$ (св. лет)³. Следовательно, среднее

расстояние между звездами в скоплении М13 составляет $2,57 \approx 2,6$ световых лет.

Оценивание. За общий план решения – 4 балла. За знание формулы объема шара – 2 балла. За правильность вычислений – 2 балла.

Задание 3. Воображаемый космонавт Сергей на поверхности Меркурия уронил камень массой 1 кг с высоты 1 метр. Воображаемый космонавт Наталья на поверхности Марса уронила камень массой 2 кг с такой же высоты (1 метр). На какой из планет – на Меркурии или на Марсе – камень падал дольше?

Решение задания 3

Продолжительность падения камня при свободном падении не зависит от массы $t^2 = 2h/g$ (1), и определяется ускорением свободного падения на поверхности планеты $g = GM/R^2$, где M – масса планеты, а R – ее радиус. Подставим (2) в (1) и вычислим отношение $t_{\text{Мерк}}^2 / t_{\text{Марс}}^2 = (M_{\text{Марс}} / R_{\text{Марс}}^2) \times (R_{\text{Мерк}}^2 / M_{\text{Мерк}})$. Отсюда $t_{\text{Мерк}} / t_{\text{Марс}} = ((6,419 \times 10^{23} / 3397,2^2) \times (2439,7^2 / 3,302 \times 10^{23}))^{1/2} \approx 1$. Время падения камня на обеих планетах примерно одинаково, а значит, и сила тяжести на поверхности обеих планет одинакова.

Оценивание. Запись выражения для времени свободного падения камня – 2 балла. Запись выражения для ускорения свободного падения – 2 балла. Вывод отношения значений времени падения на планетах – 2 балла. Правильные вычисления и вывод о примерном равенстве времен падения – 2 балла.

Задание 4. Как изменится продолжительность года на Земле, если Солнце превратится в черную дыру с массой $m_{\text{чд}} = 25 m_{\odot}$, где m_{\odot} - масса современного Солнца (считать, что орбита Земли была и остается круговой).

Решение задания 4. Масса Земли неизменна, поэтому сохраняется момент импульса её обращения вокруг Солнца. Момент импульса Земли $L = M_{\text{Земли}} \cdot r \cdot V$, где r – радиус орбиты Земли, V – орбитальная скорость Земли, в используемом приближении орбита круговая и $V = (Gm/r)^{1/2}$, здесь m – масса центрального тела.

Из условия $L = \text{const}$, запишем $M_{\text{Земли}} \cdot r_{\odot} \cdot V_{\odot} = M_{\text{Земли}} \cdot r_{\text{чд}} \cdot V_{\text{чд}}$ или $r_{\odot} \cdot V_{\odot} = r_{\text{чд}} \cdot V_{\text{чд}}$. Здесь индексы обозначают параметры Земли в случаях, если центральным телом является Солнце \odot или черная дыра чд . Соответственно, для этих двух случаев имеем $1 \text{ a.e.} \times (G \cdot m_{\odot} / 1 \text{ a.e.})^{1/2} = r_{\text{чд}} \times (G \cdot m_{\text{чд}} / r_{\text{чд}})^{1/2}$, откуда радиус новой орбиты Земли $r_{\text{чд}} = 1 \text{ a.e.} \cdot (m_{\odot} / m_{\text{чд}})$. Из третьего закона Кеплера $(T_{\text{чд}})^2 / (T_{\odot})^2 = (r)^3 / (r_{\odot})^3$ получим новый орбитальный период Земли $(T_{\text{чд}})^2 = (T_{\odot})^2 \cdot (m_{\odot} / m_{\text{чд}})^3$. Для $m_{\text{чд}} = 25 m_{\odot}$ получим $T \approx 8 \cdot 10^{-3} \text{ года} \approx 2,9$ суток. Продолжительность года уменьшится в 126 раз.

Оценивание. Запись выражение о сохранении удельного момента обращения – 2 балла. Запись выражения для круговой скорости – 2 балла. Окончательная формула с учетом третьего закона Кеплера – 3 балла. Правильность вычислений – 2 балла.

Задание 5. Звезда, относящаяся к классу красных карликов, имеет температуру поверхности около $T = 2600 \text{ К}$ и светимость около $L = 10^{-3}$ солнечной. Сравните размер красного карлика с размером Юпитера. Диаметр Юпитера – примерно 120000 км.

Решение задания 5. По закону Стефана-Больцмана, с единицы площади поверхности тела с температурой T за единицу времени уходит излучение, которое определяется по формуле $j = \sigma T^4$. Для получения светимости звезды эту величину нужно умножить на площадь излучающей поверхности, т.е. сферы: $L = \sigma T^4 \times 4\pi R^2$, где R — радиус звезды. Применяя эту формулу к красному карлику и Солнцу, находим $R = R_{\odot} (L/L_{\odot})^{1/2} (T_{\odot}/T)^2$. Отсюда радиус красного карлика составляет примерно 0,15 радиуса Солнца, что примерно в 1,5 раза больше радиуса Юпитера.

Оценивание. За знание закона Стефана-Больцмана – до 2 баллов, за умение выражать светимость через плотность потока излучения – 2 балла, за знание площади сферы – 1 балл, за использование Солнца для сравнения – 1 балл, за правильность вычислений – до 2 баллов.

Задание 6. Средний радиус Луны составляет 1738 км, средний наклон лунного экватора к эклиптике составляет $1,5^{\circ}$. Бывает ли на Луне полярная ночь? Если нет, то почему? Если да, то в пределах какого расстояния от полюсов Луны она наблюдается?

Решение задания 6. Луна находится рядом с Землей, двигаясь вокруг нее, и вместе с ней вокруг Солнца. Поэтому солнечные лучи всегда падают на Луну в плоскости земной орбиты (эклиптики). Значит, ось вращения Луны наклонена на $1,5^\circ$ по отношению к нормали к солнечным лучам (на Земле – на $23^\circ,5$). Тогда лунные «полярные круги» (границы зон полярных ночей) проходит на широтах $\pm 88^\circ,5$ на расстоянии d от лунных полюсов. $d = 2\pi \times 1738 \times 1,5 / 360 \approx 45$ км.

Оценивание. За знание того, что солнечные лучи падают на Луну параллельно плоскости эклиптики – 2 балла. За понимание причин феномена полярной ночи – 2 балла. За расчет расстояния от полюса до полярного круга – 2 балла. За формулировку окончательного ответа – 2 балла.

Справочные данные:

Меркурий: масса $3,302 \cdot 10^{23}$ кг, радиус 2439,7 км

Земля: масса $5,972 \cdot 10^{24}$ кг, радиус 6378 км

Марс: масса $6,419 \cdot 10^{23}$ кг, радиус 3397,2 км

Солнце: радиус $\approx 7 \cdot 10^5$ км, температура видимой поверхности (фотосферы) $\approx 6 \cdot 10^3$ К