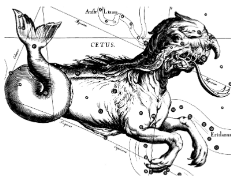

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по астрономии Ленинградская область

2023

14 ноября

11 класс

Максимальный балл за всю работу равен 40

1. На широте Санкт-Петербурга одновременно взошли две звезды. Склонение первой равно $-6°$, склонение второй равно $+5°$. Какая из звезд зайдет раньше?

Решение (8 баллов):

Первая звезда находится южнее небесного экватора, вторая звезда — севернее, при этом удаления от экватора невелики.

Для наблюдателя в умеренных широтах Северного полушария это означает, что первая звезда находится над горизонтом меньше, чем вторая. С учётом одновременности восхода, первая звезда зайдет раньше.

Комментарии к оцениванию:

Вывод о том, что чем меньше склонение, тем меньше время нахождения объекта над горизонтом — 4 балла. Формулировка итогового ответа — 4 балла.

2. С поверхности Земли проводится радиолокация астероида, движущегося в плоскости эклиптики по круговой орбите. Известно, что в максимальной элонгации сигнал до астероида идет втрое дольше, чем в нижнем соединении. Определите радиус орбиты астероида.

Решение (8 баллов):

Пусть r — радиус орбиты астероида, выраженный в астрономических единицах. Тогда радиус орбиты Земли равен 1. Поскольку астероид может находиться в нижнем соединении (и в максимальной элонгации), то это означает, что он находится ближе к Солнцу, чем Земля, т.е. $r < 1$.

Расстояние в момент нижнего соединения равно $1 - r$, расстояние в максимальной элонгации выражается из теоремы Пифагора как $\sqrt{1 - r^2}$. Поскольку отношение расстояний равно 3, то

$$\frac{\sqrt{1 - r^2}}{1 - r} = 3$$

или

$$\sqrt{\frac{1 + r}{1 - r}} = 3.$$

Возводя в квадрат и решая получившееся уравнение, находим $r = 0.8$ а.е.

Комментарии к оцениванию:

Вывод о том, что астероид ближе к Солнцу, чем Земля — 2 балла. Запись расстояний в нижнем соединении и в максимальной элонгации — по 2 балла за каждое. Итоговый численный ответ — 2 балла.

3. Двойная звезда состоит из красного карлика и красного гиганта. Температуры поверхностей звезд одинаковы, радиусы отличаются в 20 раз. Найдите изменение видимой звездной величины двойной системы при покрытии гигантом карлика по сравнению с максимумом блеска.

Решение (8 баллов):

Разность звездных величин во время покрытия и вне покрытия соответствует не доходящей до наблюдателя в минимуме блеска освещенности от карлика. Запишем формулу Погсона, обозначив $E_г$ и $E_к$ освещенности, создаваемые гигантом и карликом соответственно. Тогда

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{E_г}{E_г + E_к}\,.$$

Поскольку расстояние до двойной системы много больше расстояния между компонентами двойной, отношение освещенностей будет равно отношению светимостей:

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{L_г}{L_г + L_к} = -2.5 \lg \frac{4\pi R_г^2 \sigma T^4}{4\pi R_г^2 \sigma T^4 + 4\pi R_к^2 \sigma T^4}.$$

Упрощая выражение и подставляя числовые данные, получаем

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{R_г^2}{R_г^2 + R_к^2} = -2.5 \lg \frac{20^2}{20^2 + 1} \approx 0.003.$$

Комментарии к оцениванию:

Запись выражения для разности видимых звездных величин — 3 балла (можно сразу, можно вывести эту формулу из определения видимой звездной величины). Переход от освещенностей к светимостям — 1 балл, переход от светимостей к радиусам — 2 балла (участник может не упоминать температуру и постоянную Стефана-Больцмана явно, ограничившись утверждением, что в данном случае светимости пропорциональны квадрату радиусов). Вычисление итогового ответа — 2 балла.

4. Искусственный спутник Земли двигался по круговой орбите. В результате маневра его перевели на орбиту с радиусом на 50% больше. Оказалось, что орбитальная скорость на новой орбите на 1 км/с меньше, чем на первоначальной. Определите радиус первоначальной орбиты.

Решение (8 баллов):

На первоначальной круговой орбите скорость равна $V_1 = \sqrt{\dfrac{GM_\oplus}{r}}$, а на новой орбите

$$V_2 = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r + \Delta r}}.$$

Обозначим изменение скорости как ΔV, тогда

$$\Delta V = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}} - \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r + \Delta r}}.$$

Преобразуя выражение справа, получаем

$$\Delta V = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}} \cdot \left(1 \;- \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right),$$

откуда

$$r = \frac{GM_\oplus}{(\Delta V)^2} \cdot \left(1 \;- \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right)^2.$$

Вычислить результат можно как непосредственной подстановкой числовых данных, так и учитывая, что круговая (первая космическая) скорость v_0 на поверхности Земли равна примерно 8 км/с, поэтому радиус Земли выражается как

$$R_\oplus = \frac{GM_\oplus}{v_0^2},$$

и ответ задачи можно записать в форме

$$\frac{r}{R_\oplus} = \frac{v_0^2}{(\Delta V)^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1+\frac{\Delta r}{r}}}\right)^2.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$\frac{r}{R_\oplus} = \frac{8^2}{1^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1+0.5}}\right)^2 \approx 2.2.$$

Таким образом, поскольку радиус Земли $6.4 \cdot 10^3$ км, то радиус первоначальной орбиты — это $6.4 \cdot 2.2 \approx 14$ тысяч км.

Комментарии к оцениванию:

Запись выражения для круговой скорости (или его получение) — 2 балла. Получение формульного выражения для радиуса — 2 балла. Знание необходимых констант (гравитационной постоянной и массы Земли или первой космической скорости и радиуса Земли) — 2 балла (по 1 баллу за каждую константу, с точностью до одной значащей цифры). Вычисление итогового ответа — 2 балла. Если участник дает правильный ответ, выраженный в радиусах Земли, ему засчитывается и последний этап, и 1 балл за «знание» радиуса Земли, численное значение которого в этом случае в решении не требуется.

5. Двойная звезда состоит из компонент с массами 2 и 3 массы Солнца. Компоненты вращаются вокруг общего центра масс по круговым орбитам с периодом, равным 5 земным годам. Максимальное наблюдаемое угловое расстояние между компонентами составляет $0''.005$. Определите расстояние до системы.

Решение (8 баллов):

Воспользуемся III законом Кеплера в единицах «год – масса Солнца – астрономическая единица»:

$$\frac{T^2(m_1+m_2)}{a^3} = 1,$$

где T — период, m_1 и m_2 — массы компонент, a – большая полуось системы. Отсюда вычисляем

$$a = \sqrt[3]{T^2(m_1+m_2)} = \sqrt[3]{5^2 \cdot 5} = 5 \text{ а.е.}$$

Поскольку орбиты круговые, то максимальное угловое расстояние между компонентами наблюдается тогда, когда прямая, соединяющая компоненты, перпендикулярна лучу зрения, и это расстояние соответствует большой полуоси системы. Тогда можно вычислить расстояние до системы, которое равно

$$r = \frac{a}{\alpha} = 1000 \text{ пк} = 1 \text{ кпк}.$$

Комментарии к оцениванию:

Запись III закона Кеплера в подходящих единицах — 3 балла. Если закон Кеплера записан для произвольных единиц, но участник не может перевести все необходимые данные в одну систему единиц, за этот этап выставляется 1 балл. Явно сформулированный вывод о том, что максимальное угловое расстояние между компонентами соответствует случаю, когда отрезок между компонентами перпендикулярен лучу зрения — 2 балла (если участник фактически использует это в дальнейшем решении, но не упоминает явно, то эти баллы не выставляются). Утверждение, что длина этого отрезка — большая полуось системы, оценивается 2 баллами (возможная ошибка — считать, что длина отрезка в два раза больше большой полуоси, в этом случае за данный этап выставляется 1 балл). Вычисление расстояния — 2 балла.

Единицы измерения расстояния в итоговом ответе могут быть любыми. Перевод расстояния в световые годы, километры, метры и т.п. сам по себе не оценивается, но в случае ошибочного перевода оценка за последний этап снижается на 1 балл.