11 класс

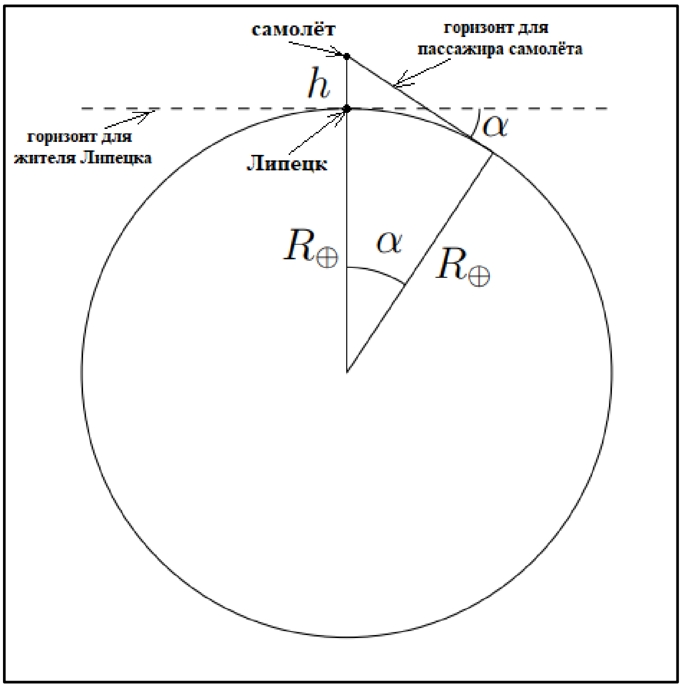
Задача № 1.

В день весеннего равноденствия самолёт на высоте $\mathbf{10}$ км пролетает над Липецком ($\boldsymbol{\varphi}_{\text{Лип}} = \mathbf{52,5°}$) и его пассажиры наблюдают восход Солнца. Через какое время после этого восход Солнца увидят жители Липецка? Рефракцией пренебречь.

Решение.

В день весеннего равноденствия суточный путь Солнца совпадает с небесным экватором. Будем считать, что Солнце движется по нему равномерно. В день весеннего равноденствия на одном и том же меридиане восход Солнца будет происходить в одно и то же время.

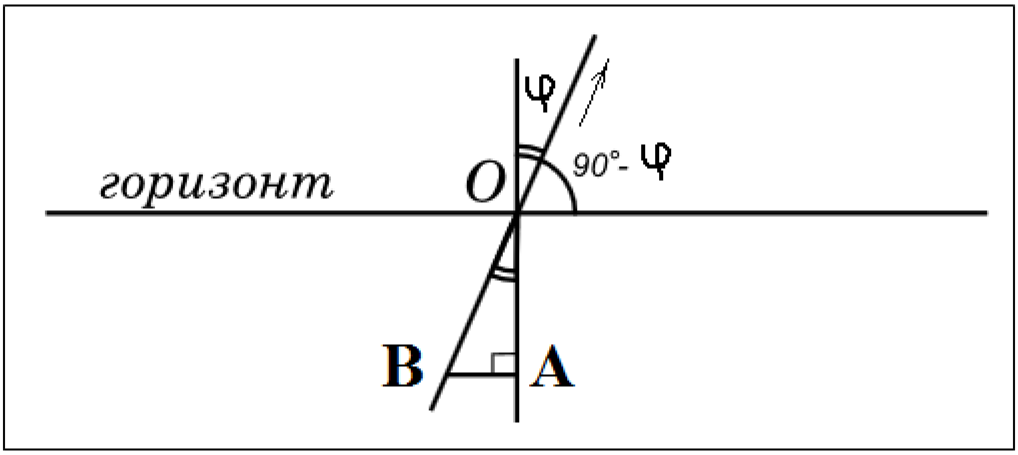
Пассажир самолёта расположен выше, чем житель Липецка, поэтому для него восход Солнца наступит раньше (смотри рисунок ниже).



Пассажир самолёта может заглянуть под горизонт жителя Липецка, находящегося на поверхности Земли, на угол $\boldsymbol{\alpha}$. Вычислим этот угол

$$\boldsymbol{\alpha = arccos\left(\frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}\right) = arccos\left(\frac{6400\ \text{км}}{6410\ \text{км}}\right) \approx 3,2°}$$

В точке на широте $\boldsymbol{\varphi}$ экватор наклонен к горизонту под углом $\mathbf{90° - \boldsymbol{\varphi}}$ (смотри рисунок ниже).



Тогда для того, чтобы подняться до горизонта жителя Липецка на $\boldsymbol{3,2°}$ (отрезок $\boldsymbol{OA}$) Солнце должно пройти отрезок $\boldsymbol{OB}$. И тот и другой отрезок выражены в угловой мере.

Угловая скорость движения Солнца $\boldsymbol{\omega_\odot = 15°}$/час, она равна угловой скорости вращения Земли $\left(\frac{\mathbf{360°}}{\mathbf{24}\text{ часа}} = \mathbf{15°}/\text{час}\right)$.

Житель Липецка увидит восход Солнца позже на время

$$\boldsymbol{t = \frac{OB}{\omega_\odot}}$$

учитывая, что из прямоугольного треугольника $\boldsymbol{OAB}$

$$\boldsymbol{OB = \frac{OA}{\cos\varphi}}$$

получим

$$\boldsymbol{t = \frac{OA}{\cos\varphi \cdot \omega_\odot}}$$

Тогда

$$\boldsymbol{t} = \frac{\mathbf{3,2°}}{\mathbf{\cos 52,5° \cdot 15°}/\text{час}} \approx \mathbf{0,35}\text{ часа} \approx \mathbf{21}\text{ минута}$$

Ответ: примерно через $\mathbf{21}$ минуту.

Задача № 2.

Астероид Гигѐя обращается вокруг Солнца по орбите с большой полуосью $\mathbf{3,14}$ а. е. и эксцентриситетом $\mathbf{0,12}$. На какое минимальное расстояние этот астероид приближается к Земле? С какой скоростью относительно Земли он при этом движется? Считайте, что орбита Земли круговая, а орбита астероида лежит в плоскости эклиптики.

Решение.

Определим перигелийное расстояние астероида (это минимальное расстояние между Солнцем и астероидом):

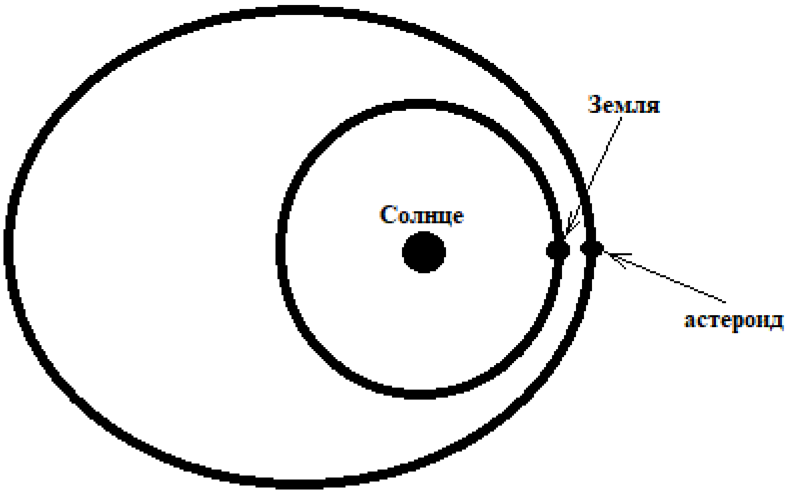
$$\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{e}) = \boldsymbol{3{,}14}\ \text{а.е.} \cdot (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{0{,}12}) \approx \boldsymbol{2{,}76}\ \text{а.е.}$$

где $\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{p}}$ – перигелийное расстояние астероида, $\boldsymbol{a}$ – большая полуось орбиты астероида, $\boldsymbol{e}$ – эксцентриситет орбиты астероида.

Минимальное расстояние между Землёй и астероидом достигается, если Земля при этом находится точно между Солнцем и астероидом (Солнце, Земля и астероид на одной прямой). Тогда расстояние между Землей и астероидом

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{min}} = \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{p}} - \boldsymbol{a}_{\oplus} = \boldsymbol{2{,}76}\ \text{а.е.} - \boldsymbol{1}\ \text{а.е.} = \boldsymbol{1{,}76}\ \text{а.е.}$$

где $\boldsymbol{a}_{\oplus}$ – большая полуось орбиты Земли (так как орбиту Земли считаем круговой, то это просто радиус её орбиты).



Поскольку орбита астероида лежит в плоскости эклиптики, то движение Земли и астероида происходит в одной плоскости. На круговой орбите вектор скорости всегда перпендикулярен радиус-вектору объекта на орбите. На эллиптической орбите это справедливо только в точках перигелия и афелия. В нашем случае астероид в точке перигелия.

Необходимо рассмотреть два случая:

1) Земля и астероид движутся вокруг Солнца в противоположные стороны, тогда их относительная скорость равна сумме модулей их орбитальных скоростей;

$$\boldsymbol{V}_{\text{отн}\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{v}_{\oplus} + \boldsymbol{v}_{\text{аст}}$$

2) Земля и астероид движутся вокруг Солнца в одну сторону, тогда их относительная скорость равна разности модулей их орбитальных скоростей;

$$\boldsymbol{V}_{\text{отн}\mathbf{1}} = \boldsymbol{v}_{\oplus} - \boldsymbol{v}_{\text{аст}}$$

Скорость движения Земли на орбите можно вычислить по формуле круговой скорости на расстоянии $\mathbf{1}$ а. е. от Солнца

$$\boldsymbol{v}_{\oplus} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{M}_{\odot}}{\boldsymbol{a}_{\oplus}}} \approx \sqrt{\frac{\mathbf{6,67 \cdot 10^{-11}}\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^{\mathbf{2}}}{\text{кг}^{\mathbf{2}}} \cdot \mathbf{2 \cdot 10^{30}}\ \text{кг}}{\mathbf{1,5 \cdot 10^{11}}\ \text{м}}} \approx \mathbf{29,8}\ \text{км/с}$$

Скорость движения астероида мы можем найти по формуле скорости в любой точке эллипса, применив её для перигелия

$$\boldsymbol{v}_{\text{аст}} = \sqrt{\boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{M}_{\odot} \cdot \left(\frac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{p}}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a}}\right)}$$
$$\approx \sqrt{\mathbf{6,67 \cdot 10^{-11}}\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^{\mathbf{2}}}{\text{кг}^{\mathbf{2}}} \cdot \mathbf{2 \cdot 10^{30}}\ \text{кг} \cdot \left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2,76 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}\ \text{м}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}\ \text{м}}\right)}$$
$$\approx \mathbf{19}\ \text{км/с}$$

Тогда в первом случае относительная скорость Земли и астероида равна

$$\boldsymbol{V}_{\text{отн}\mathbf{1}} = \mathbf{29,8}\,\frac{\text{км}}{\text{с}} + \mathbf{19}\,\frac{\text{км}}{\text{с}} = \mathbf{48,8}\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$$

во-втором

$$\boldsymbol{V}_{\text{отн}\mathbf{1}} = \mathbf{29,8}\,\frac{\text{км}}{\text{с}} - \mathbf{19}\,\frac{\text{км}}{\text{с}} = \mathbf{10,8}\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Отметим, что второй случай более вероятен.

Ответ: минимальное расстояние $\mathbf{1,76}$ а. е., относительная скорость $\mathbf{48,8}\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$ или $\mathbf{10,8}\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Задача № 3.

Светимость сферически симметричного расширяющегося остатка вспышки сверхновой равна $\mathbf{5 \cdot 10^{35}}$ Вт, а эффективная температура $\mathbf{10^4}\ \boldsymbol{K}$. Оцените скорость расширения оболочки сверхновой, считая её постоянной. Учитывайте, что наблюдения производятся спустя $\mathbf{10}$ суток после вспышки, а остаток с хорошей точностью описывается моделью абсолютно черного тела.

Решение.

Так как остаток с хорошей точностью описывается моделью абсолютно черного тела, то его светимость можно вычислить по формуле

$$\boldsymbol{L = S \cdot \sigma \cdot T^4}$$

где $\boldsymbol{S}$ – площадь излучающей поверхности, $\boldsymbol{\sigma}$ – постоянная Стефана-Больцмана, $\boldsymbol{T}$ – эффективная температура излучающей поверхности.

Остаток сферически симметричен, тогда его площадь – это площадь поверхности сферы

$$\boldsymbol{S = 4 \cdot \pi \cdot R^2}$$

где **R** – радиус остатка. Получаем

$$\boldsymbol{L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4}$$

Считая скорость расширения постоянной, имеем

$$\boldsymbol{R = v \cdot t}$$

где $\boldsymbol{v}$ – скорость, а $\boldsymbol{t}$ – время расширения соответственно. Используя эту формулу, мы предполагаем, что остаток расширялся из точки, то есть пренебрегаем радиусом взорвавшейся звезды. Если мы в результате получим достаточно большую скорость, то размеры остатка будут много больше радиуса взорвавшейся звезды и такое предположение будет оправданным. Значит

$$\boldsymbol{L = 4 \cdot \pi \cdot (v \cdot t)^2 \cdot \sigma \cdot T^4}$$

откуда

$$\boldsymbol{v = \frac{1}{t \cdot T^2} \cdot \sqrt{\frac{L}{4 \cdot \pi \cdot \sigma}}}$$

Подставляем численные данные

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10 \cdot 24 \cdot 3600}\ \text{с} \cdot (\mathbf{10^4}\ \boldsymbol{K})^2} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{5 \cdot 10^{35}}\ \text{Вт}}{\mathbf{4 \cdot 3{,}14 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}}\ \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)}} \approx \mathbf{10^4}\ \text{км/с}$$

Проверим обоснованность пренебрежения радиусом взорвавшейся звезды. Вычислим размеры остатка, используя получившуюся скорость

$$R = 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot 10 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 8{,}64 \cdot 10^9 \text{км} \approx 10^4 R_{\odot}$$

То есть размеры остатка около $10\,000$ радиусов Солнца это намного превышает радиусы самых больших звезд. Значит наше пренебрежение радиусом взовавшейся звезды оправдано.

Ответ: примерно 10^4 км/с.

Задача № 4.

От звезды спектрального класса O и звезды спектрального класса M на Землю приходит одинаковое количество энергии в видимом диапазоне спектра. От какой из звёзд приходит большее число фотонов? Ответ обосновать. Считать, что поглощение в атмосфере отсутствует.

Решение.

Звёзды спектрального класса O имеют довольно высокую температуру поверхности - более $30\,000$ кельвинов, поэтому в основном излучают в ультрафиолете, а часть излучения, попадающая в видимый диапазон, сосредоточена рядом с его синей границей.

Звёзды спектрального класса M, наоборот, имеют низкую температуру поверхности - примерно от $2500\,K$ до $3\,800\,K$, поэтому в основном излучают в инфракрасной области спектра, а часть излучения, попадающая в видимый диапазон, сосредоточена рядом с его красной границей.

Заметим, что точные температуры поверхностей звёзд, соответствующих спектральных классов знать не нужно. Достаточно понимать, что для класса O видимое излучение лежит в синей области спектра, а класса M – в красной.

Энергию, приходящую от звезды, можно вычислить

$$E = E_f \cdot N$$

где E_f – энергия одного фотона, а N – их количество. Тогда для наших звёзд

$$E_O = E_{fO} \cdot N_O$$

$$E_M = E_{fM} \cdot N_M$$

Разделим второе уравнение на первое

$$\frac{E_M}{E_O} = \frac{E_{fM} \cdot N_M}{E_{fO} \cdot N_O}$$

Учитывая, что по условию задачи $\boldsymbol{E_M = E_O}$, получим

$$\frac{N_M}{N_O} = \frac{E_{fO}}{E_{fM}}$$

Энергия фотона

$$E_f = h \cdot \nu$$

где $\boldsymbol{h}$ – постоянная Планка, $\boldsymbol{\nu}$ – частота излучения. Тогда

$$\frac{N_M}{N_O} = \frac{\nu_O}{\nu_M}$$

Так как частота синего света больше частоты красного, то

$$\frac{\nu_O}{\nu_M} > 1 \quad \rightarrow \quad \frac{N_M}{N_O} > 1 \quad \rightarrow \quad N_M > N_O$$

Значит, большее число фотонов придёт от звезды спектрального класса $\boldsymbol{M}$.

Ответ: от звезды спектрального класса $\boldsymbol{M}$.

Задача № 5.

Эллиптическая галактика $\boldsymbol{M84}$ в созвездии Девы находится на расстоянии $\boldsymbol{16,83}$ Мпк и имеет угловые размеры $\boldsymbol{6,5' \times 5,6'}$. Средняя поверхностная яркость этой галактики составляет $\boldsymbol{13,2^m}$ с квадратной угловой минуты. Вычислите абсолютную звёздную величину этой галактики. Межзвездным и атмосферным поглощением света пренебречь.

Решение.

Галактика наблюдается на небе в виде эллипса (отсюда и термин «эллиптическая»), вычислим площадь этого эллипса в угловых единицах. Формула площади эллипса

$$S = \pi \cdot a \cdot b$$

где $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ – большая и малая полуоси эллипса соответственно. Тогда

$$S_{\text{гал}} \approx 3,14 \cdot \frac{6,5'}{2} \cdot \frac{5,6'}{2} \approx 28,59 \text{ квадратных угловых минут}$$

Для грубой оценки можно считать галактику прямоугольником со сторонами $\boldsymbol{6,5'}$ и $\boldsymbol{5,6'}$, выраженными в угловых единицах, и считать её площадь как площадь прямоугольника ($S_{\text{гал}} \approx 6,5' \cdot 5,6' = 36,4$ квадратных угловых минут).

Вычислим видимую звёздную величину галактики, используя формулу Погсона.

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \lg \frac{E_1}{E_2}$$

где m_1 и m_2 – видимые звёздные величины сравниваемых объектов, а E_1 и E_2 - освещённости, создаваемые этими объектами на Земле.

В качестве первого объекта возьмём всю галактику ($m_{\text{гал}}$), а в качестве второго – участок этой галактики площадью одна квадратная угловая минута (m_0). Тогда

$$m_{\text{гал}} - m_0 = -2,5 \cdot \lg \frac{E_{\text{гал}}}{E_0}$$

Освещенность, создаваемая галактикой, больше освещённости, создаваемой угловой квадратной минутой этой галактики, в $S_{\text{гал}}$ раз. Тогда

$$m_{\text{гал}} - m_0 = -2,5 \cdot \lg \frac{S_{\text{гал}} \cdot E_0}{E_0} = -2,5 \cdot \lg S_{\text{гал}}$$

откуда

$$m_{\text{гал}} = m_0 - 2,5 \cdot \lg S_{\text{гал}} = 13,2^m - 2,5 \cdot \lg 28,59 \approx 9,56^m$$

Так как поглощением света можно пренебречь, то связь между расстоянием, видимой и абсолютной звёздными величинами, задаётся формулой

$$M = m + 5 - 5 \cdot \lg r \text{ [пк]}$$

где M - абсолютная звездная величина объекта, m – его видимая звёздная величин, а r – расстояние до объекта в парсеках. В нашем случае

$$M_{\text{гал}} = m_{\text{гал}} + 5 - 5 \cdot \lg r \text{ [пк]} = 9,56^m + 5 - 5 \cdot \lg\left(16,83 \cdot 10^6\right) \approx -21,57^m$$

Ответ: примерно $-21,57^m$.

Задача № 6.

Оцените массу вещества солнечного ветра, находящегося внутри земной орбиты, если рядом с Землёй средняя концентрация его частиц равна 10 см$^{-3}$. Считайте, что солнечный ветер - плазма из протонов и электронов в равных долях. Также считайте, что ветер распространяется от Солнца сферически симметрично и его скорость постоянна.

Решение.

Так как скорость ветра постоянна и одинакова по всем направлениям, то его слои, сброшенные Солнцем в разные моменты времени, не перемешиваются. Это значит, что массы сферических слоёв с одинаковой толщиной равны. Тогда общая масса вещества солнечного ветра, находящегося внутри какой-либо орбиты, равна произведению массы слоя на количество таких слоёв внутри этой орбиты.

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m}_{\text{слоя}} \cdot \boldsymbol{N}_{\text{слоёв}}$$

Количество слоёв зависит от того, слой какой толщины мы выберем. Так как размерность известной концентрации - см$^{-\boldsymbol{3}}$, то логично взять толщину слоя равной $\boldsymbol{1}$ см. Тогда количество слоёв – это просто расстояние от выбранной орбиты до Солнца в сантиметрах.

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m}_{\text{слоя}} \cdot \boldsymbol{R}_{\text{орб}}[\text{см}]$$

При таком подходе мы пренебрегаем размерами Солнца, но это вполне оправдано, так как размеры Солнца много меньше радиуса орбиты Земли.

Вычислим массу сферического слоя толщины $\boldsymbol{1}$ см, находящегося вблизи орбиты Земли, так как именно в этом месте мы знаем концентрацию частиц.

$$\boldsymbol{m}_{\text{слоя}} = \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{V}_{\text{слоя}}$$

Сначала разберёмся с плотностью.

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{m_0}$$

где $\boldsymbol{n}$ – концентрация частиц ветра, а $\boldsymbol{m_0}$ – масса частиц, из которых состоит ветер.

Так как в условии задачи сказано, что солнечный ветер - плазма из протонов и электронов в равных долях, то плотность ветра вблизи Земли

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{m_p} + \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{m_e}$$

Но, учитывая, что масса электрона примерно в $\boldsymbol{1\,836}$ раз меньше, чем масса протона, можно вкладом электронов в массу вообще пренебречь. Так и поступим, тогда

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{m_p}$$

Теперь нужно вычислить объём слоя. Пусть $\boldsymbol{l}$ – толщина слоя, тогда, учитывая формулу объёма шара, получаем

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}_{\text{слоя}} &= \frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{3}} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \left(\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus} + \boldsymbol{l}\right)^3 - \frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{3}} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot {\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}}^3 \\ &= \frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{3}} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \left({\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}}^3 + \boldsymbol{3} \cdot {\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}}^2 \cdot \boldsymbol{l} + \boldsymbol{3} \cdot \boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus} \cdot \boldsymbol{l}^2 + \boldsymbol{l}^3 - {\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}}^3\right) \\ &= \frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{3}} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \left(\boldsymbol{3} \cdot {\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}}^2 \cdot \boldsymbol{l} + \boldsymbol{3} \cdot \boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus} \cdot \boldsymbol{l}^2 + \boldsymbol{l}^3\right)\end{aligned}$$

Учитывая, что $\boldsymbol{l} \ll \boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}$ можно пренебречь членами с $\boldsymbol{l^2}$ и $\boldsymbol{l^3}$, тогда

$$\boldsymbol{V}_{\text{слоя}} \approx \boldsymbol{4 \cdot \pi \cdot R}_{\text{орб}\,\oplus}{}^{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{l}$$

Для массы сферического слоя вблизи Земли имеем

$$\boldsymbol{m}_{\text{слоя}} = \boldsymbol{\rho \cdot V}_{\text{слоя}} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{m_p \cdot 4 \cdot \pi \cdot R}_{\text{орб}\,\oplus}{}^{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{l} = \boldsymbol{2 \cdot \pi \cdot m_p \cdot n \cdot l \cdot R}_{\text{орб}\,\oplus}{}^{\boldsymbol{2}}$$

Окончательно, получаем массу вещества солнечного ветра внутри орбиты Земли

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m}_{\text{слоя}} \cdot \boldsymbol{R}_{\text{орб}}[\text{см}] = \boldsymbol{2 \cdot \pi \cdot m_p \cdot n \cdot l \cdot R}_{\text{орб}\,\oplus}{}^{\boldsymbol{3}}$$

Подставим численные данные

$$\boldsymbol{m}_{\text{слоя}} = \boldsymbol{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}\ \text{кг} \cdot \boldsymbol{10\ \cdot 1\ } \cdot (\boldsymbol{1{,}5 \cdot 10^{13}}\ )^{\boldsymbol{3}} \approx \boldsymbol{35{,}4\ \cdot 10^{13}}\ \text{кг}$$

Можно решать чуть иначе. Пусть $\boldsymbol{\Phi}$ – поток протонов солнечного ветра через сферу радиусом $\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}$ (поток – это количество протонов через поверхность указанной сферы в единицу времени), тогда

$$\boldsymbol{\Phi} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{S}_{\text{сферы}} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{v \cdot 4 \cdot \pi \cdot R}_{\text{орб}\,\oplus}{}^{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{2 \cdot \pi \cdot n \cdot v \cdot R}_{\text{орб}\,\oplus}{}^{\boldsymbol{2}}$$

где $\boldsymbol{v}$ – скорость частиц ветра.

Масса вещества ветра

$$\boldsymbol{M = \Phi \cdot m_p \cdot t}$$

где $\boldsymbol{t}$ – время полёта частиц ветра от Солнца до поверхности сферы. Причём $\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{R}_{\text{орб}\,\oplus}}{\boldsymbol{v}}$, тогда

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{2 \cdot \pi \cdot m_p \cdot n \cdot R}_{\text{орб}\,\oplus}{}^{\boldsymbol{3}}$$

что даёт такой же численный ответ.

Ответ: примерно $\boldsymbol{35{,}4\ \cdot 10^{13}}$ кг.

Справочная информация, разрешённая к использованию на олимпиаде.

Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная $\boldsymbol{G = 6,672 \cdot 10^{-11}}$ м^3 · кг$^{-1}$ · с$^{-2}$

Скорость света в вакууме $\boldsymbol{c = 2,998 \cdot 10^{8}}$м/с

Постоянная Больцмана $\boldsymbol{k = 1,38 \cdot 10^{-23}}$ м^2 · кг · с$^{-2}$ · К$^{-1}$

Универсальная газовая постоянная $\boldsymbol{R = 8,31}$ м^2 · кг · с$^{-2}$ · К$^{-1}$ · моль$^{-1}$

Постоянная Стефана-Больцмана $\boldsymbol{\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}}$ кг · с$^{-3}$ · К$^{-4}$

Постоянная Планка $\boldsymbol{h = 6,626 \cdot 10^{-34}}$ кг · м^2 · с$^{-1}$

Масса протона $\boldsymbol{m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}}$ кг

Масса электрона $\boldsymbol{m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}}$ кг

Элементарный заряд $\boldsymbol{e = 1,602 \cdot 10^{-19}}$ Кл

Астрономическая единица $\boldsymbol{1}$ а. е. $= \boldsymbol{1,496 \cdot 10^{11}}$ м

Парсек $\boldsymbol{1}$ пк $= \boldsymbol{206\,265}$ а. е. $= \boldsymbol{3,086 \cdot 10^{16}}$ м

Постоянная Хаббла $\boldsymbol{H = 72}$ (км/с)/Мпк

Данные о Солнце

Радиус $\boldsymbol{697\,000}$ км

Масса $\boldsymbol{1,989 \cdot 10^{30}}$ кг

Светимость $\boldsymbol{3,88 \cdot 10^{26}}$ Вт

Спектральный класс $\boldsymbol{G2}$

Видимая звездная величина $\boldsymbol{-26,78^m}$

Абсолютная болометрическая звездная величина $\boldsymbol{+4,72^m}$

Показатель цвета **(B–V)** $\boldsymbol{+0,67^m}$

Эффективная температура $\boldsymbol{5800}$ К

Средний горизонтальный параллакс $\boldsymbol{8,794''}$

Интегральный поток энергии на расстоянии Земли $\boldsymbol{1360}$ Вт/м^2

Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли $\boldsymbol{600}$ Вт/м^2

Данные о Земле

Эксцентриситет орбиты $\boldsymbol{0,0167}$

Тропический год $\boldsymbol{365,24219}$ суток

Средняя орбитальная скорость $\boldsymbol{29,8}$ км/с

Период вращения $\boldsymbol{23}$ часа $\boldsymbol{56}$ минут $\boldsymbol{04}$ секунды

Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года: $\boldsymbol{23^\circ\, 26'21,45''}$

Экваториальный радиус $\boldsymbol{6378,14}$ км

Полярный радиус $\boldsymbol{6356,77}$ км

Масса $\boldsymbol{5,974 \cdot 10^{24}}$ кг

Средняя плотность $\boldsymbol{5,52}$ г · см$^{-3}$

Объемный состав атмосферы: $\boldsymbol{N_2}$ $(\boldsymbol{78\%})$, $\boldsymbol{O_2}$ $(\boldsymbol{21\%})$, $\boldsymbol{Ar}$ $(\boldsymbol{\sim 1\%})$.

Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли $\mathbf{384\ 400}$ км

Минимальное расстояние от Земли $\mathbf{356\ 410}$ км

Максимальное расстояние от Земли $\mathbf{406\ 700}$ км

Средний эксцентриситет орбиты $\mathbf{0,055}$

Наклон плоскости орбиты к эклиптике $\mathbf{5°\ 09'}$

Сидерический (звездный) период обращения $\mathbf{27,321\ 662}$ суток

Синодический период обращения $\mathbf{29,530\ 589}$ суток

Радиус $\mathbf{1738}$ км

Период прецессии узлов орбиты $\mathbf{18,6}$ лет

Масса $\mathbf{7,348 \cdot 10^{22}}$ кг или $\mathbf{1/81,3}$ массы Земли

Средняя плотность $\mathbf{3,34}$ $г \cdot см^{-3}$

Визуальное геометрическое альбедо $\mathbf{0,12}$

Видимая звездная величина в полнолуние $\mathbf{-12,7^m}$

Видимая звездная величина в первой/последней четверти $\mathbf{-10,5^m}$

Физические характеристики Солнца и планет

Физические характеристики солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Гео-метр. аль-бедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли	$г \cdot см^{-3}$		градусы		
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	697000	109.3	1.41	25.380 сут	7.25	–	–26.8
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	–0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут**	177.36	0.65	–4.4
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	–2.0
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	–2.7
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	26.73	0.47	0.4
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час**	97.86	0.51	5.7
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8

* для наибольшей элонгации внутренних планет и среднего противостояния внешних планет

** обратное вращение

Характеристики орбит планет

Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось, млн. км	Большая полуось, а.е.	Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики, градусы	Период обращения	Синодический период, сут.
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут.	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут.	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут.	—
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут.	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

Характеристики некоторых спутников планет

Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса, кг	Радиус, км	Плотность, г/см³	Радиус орбиты, км	Период обращения, сут.	Геометрич. альбедо	Видимая звездная величина*, m
				Земля			
Луна	$7.348\cdot10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	–12.7
				Марс			
Фобос	$1.08\cdot10^{16}$	~10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8\cdot10^{15}$	~6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
				Юпитер			
Ио	$8.94\cdot10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8\cdot10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48\cdot10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08\cdot10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
				Сатурн			
Тефия	$7.55\cdot10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05\cdot10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49\cdot10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35\cdot10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88\cdot10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.2	~11.0
				Уран			
Миранда	$6.33\cdot10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7\cdot10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27\cdot10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49\cdot10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03\cdot10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
				Нептун			
Тритон	$2.14\cdot10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685**	0.7	13.5

* для полнолуния или среднего противостояния внешних планет

** обратное направление вращения

Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(\alpha + x) \approx \sin\alpha + x \cdot \cos\alpha;$$

$$\cos(\alpha + x) \approx \cos\alpha - x \cdot \sin\alpha;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + x) \approx \operatorname{tg}\alpha + \frac{x}{\cos^2\alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n \cdot x;$$

($x \ll 1$, углы выражаются в радианах).