

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2023-2024 учебный год**

АСТРОНОМИЯ

Решения и критерии оценивания

11 класс

Каждое задание оценивается по 8-балльной системе.

Максимальный первичный балл – 48

Итоговая оценка за выполнение заданий определяется путем приведения баллов, набранных участниками, к 100 балльной системе по формуле:

$$\frac{\text{первичный балл участника}}{\text{максимальный первичный балл}} \times 100$$

Решения

1. Расставьте объекты в порядке увеличения расстояний до них: Проксима Центавра, Марс, Сириус, галактика М87 в Деве, Луна, Большое Магелланово облако, Нептун, Туманность Андромеды.

Самый близкий объект – Луна, спутник Земли, далее объекты Солнечной системы – Марс и более далёкий Нептун. Потом звёзды – самая близкая к нам Проксима Центавра и более далёкий Сириус. За пределами нашей Галактики – её спутник Большое Магелланово облако, галактика Туманность Андромеды, входящая в Местную группу и, наконец, галактика М87, находящаяся в центральной области скопления галактик в Деве.

Итак, окончательный ответ: **1) Луна, 2) Марс, 3) Нептун, 4) Проксима Центавра, 5) Сириус, 6) Большое Магелланово облако, 7) Туманность Андромеды, 8) галактика М87 в Деве.**

2. Сколько времени прошло от соединения до противостояния планеты, если её блеск изменился за это время на 1^m ? Орбиты Земли и планеты считать круговыми.

1) Обозначим радиусы орбит Земли и планеты a_{\oplus} и a . Тогда расстояние до планеты в соединении составит $a + a_{\oplus}$, в противостоянии $a - a_{\oplus}$.

2) Блеск от соединения до противостояния меняется на 1^m , т.е. в 2,512 раз. Поскольку блеск обратно пропорционален квадрату расстояния, можно записать:

$$\frac{E_{\text{против.}}}{E_{\text{соед.}}} = 2,512 = \left(\frac{a+a_{\oplus}}{a-a_{\oplus}}\right)^2 \quad a_{\oplus} = 1 \text{ а. е.} \quad 2,512 = \left(\frac{a+1}{a-1}\right)^2$$
$$\frac{a+1}{a-1} = \sqrt{2,512} = k = 1,585 \quad ak - k = a + 1 \quad a(k - 1) = k + 1$$

$$\text{Радиус орбиты планеты } a = \frac{k+1}{k-1} = \frac{2,585}{0,595} = 4,4 \text{ а. е.}$$

3) Найдём период обращения планеты по III закону Кеплера

$$T = \sqrt{a^3} = \sqrt{4,4^3} = 9,2 \text{ года}$$

4) Время от соединения до противостояния Δt равно половине синодического периода S , который получим из уравнения

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T} = \frac{T - T_{\oplus}}{T \cdot T_{\oplus}} \quad S = \frac{T \cdot T_{\oplus}}{T - T_{\oplus}} = \frac{9,2}{8,2} = 1,12 \text{ лет} \quad \Delta t = \frac{S}{2} = 0,56 \text{ лет} \approx 205 \text{ сут.}$$

3. Годичный параллакс звезды и её угловой диаметр совпадают. Какого цвета эта звезда?

По определению годичный параллакс звезды – это угол, под которым при наблюдении со звезды виден радиус земной орбиты, т.е. 1 а.е. С другой стороны, угловой диаметр звезды – это угол, под которым с Земли виден диаметр звезды. Расстояния от звезды до

Земли и от Земли до звезды, естественно, ничем не отличаются, поэтому из условия задачи следует, что диаметр звезды равен 1 а.е. (150 млн. км).

Это достаточно много, более, чем в 100 раз больше диаметра Солнца (1 400 000 км). Следовательно, звезда является, скорее всего, **красным гигантом**.

Голубые гиганты также могут иметь подобный радиус, однако встречаются они намного реже. Поэтому звезда вероятнее всего красная (или оранжевая), намного менее вероятно – бело-голубая.

4. На каком расстоянии от Бетельгейзе должна находиться планета, движущаяся вокруг звезды по круговой орбите, чтобы получать такое же количество света в единицу времени, что и Земля? Абсолютные звёздные величины Бетельгейзе и Солнца равны -5^m и $+5^m$ соответственно. Определите продолжительность года на такой планете и выразите её в земных годах, если известно, что масса Бетельгейзе $M_B = 15M_{\odot}$.

1) Поскольку изменение абсолютной звёздной величины на 5^m соответствует изменению светимости в 100 раз, светимость Бетельгейзе в 10^4 раз больше светимости Солнца.

2) Освещённость E , создаваемая звездой светимости L на расстоянии r , может быть записано как $E = \frac{L}{4\pi r^2}$. Для Бетельгейзе и Солнца: $E = \frac{L_B}{4\pi r^2} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r_{\odot}^2} \Rightarrow$

$$r = r_{\odot} \sqrt{\frac{L_B}{L_{\odot}}} = 1 \text{ а. е.} \cdot \sqrt{10^4} = \mathbf{100 \text{ а. е.}}$$

3) Для определения продолжительности года, т.е. орбитального периода планеты T воспользуемся обобщённым III законом Кеплера:

$$\frac{T^2 M_B}{(1 \text{ год})^2 M_{\odot}} = \frac{r^3}{(1 \text{ а. е.})^3} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{M_{\odot}}{M_B}} \cdot r^{3/2} (\text{лет}) = \sqrt{\frac{1}{15}} \cdot 100^{3/2} = 258 \text{ лет} \approx \mathbf{300 \text{ лет}}$$

5. Оцените, при каком максимальном угле наклона орбиты Венеры к эклиптике мы могли бы любоваться прохождением Венеры по диску Солнца каждое нижнее соединение? Угловой радиус Солнца, видимого с Земли, принять равным $15'$, расстояние Венеры от Солнца $0,72$ а.е.

Максимальный угол наклона орбиты Венеры к эклиптике i , при котором каждое нижнее соединение будут наблюдаться её прохождения по диску Солнца, будет тогда, когда в самом крайнем случае Венера просто коснётся края Солнца (см. рисунок):

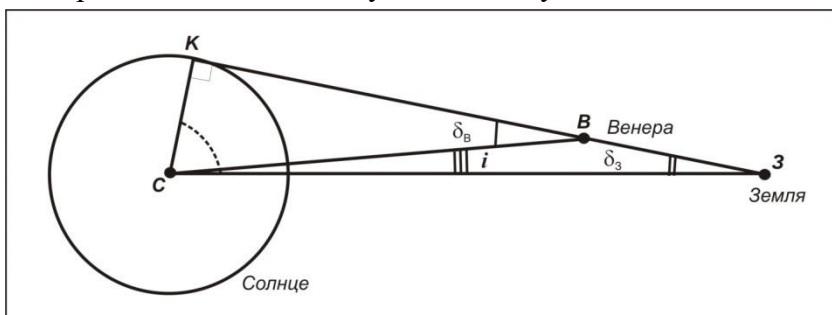
Из треугольников СКЗ и СКВ получаем: $\angle KCZ = 90^\circ - \delta_3$, $\angle KCB = 90^\circ - \delta_B$

а $i = \angle KCZ - \angle KCB = \delta_B - \delta_3$. Т.е. искомый

максимальный угол наклона равен разности угловых радиусов Солнца, видимых с Венеры и Земли.

Угловой радиус Солнца, видимого с Земли $\delta_3 = 15'$. А т.к. Венера находится к Солнцу ближе в $\frac{1 \text{ а.е.}}{0,72 \text{ а.е.}} = 1,39$ раза, поэтому радиус Солнца, видимого с Венеры, больше и составляет $\delta_B = 15' \cdot 1,39 \approx 21'$. Значит $i = 21' - 15' = \mathbf{6'}$.

В реальности угол наклона орбиты Венеры к эклиптике равен $3,4^\circ$, т.е. в 34 раза превышает угол i , поэтому прохождения Венеры по диску Солнца – очень редкие события.



6. Каково склонение звезды, высота которой в верхней кульминации на широте Йошкар-Олы ($\varphi = 57^\circ$) в два раза больше, чем высота в нижней кульминации.

Рассмотрим 2 варианта, т.к. верхняя кульминация может быть к югу от зенита ($h_B = 90^\circ - \varphi + \delta$) или к северу от зенита ($h_B = 90^\circ - \delta + \varphi$). Высота в нижней кульминации всегда вычисляется по формуле $h_H = \varphi + \delta - 90^\circ$

Вариант 1. Верхняя кульминация к югу от зенита

$$h_B = 2h_H$$

$$90^\circ - \varphi + \delta = 2\varphi + 2\delta - 180^\circ$$

$$\delta = 270^\circ - 3\varphi = 270^\circ - 3 \cdot 57^\circ = 99^\circ$$

Звезды с таким склонением не существует.

Вариант 2. Верхняя кульминация к северу от зенита $h_B = 2h_H$

$$90^\circ - \delta + \varphi = 2\varphi + 2\delta - 180^\circ$$

$$270^\circ - \varphi = 3\delta$$

$$\delta = \frac{270^\circ - \varphi}{3} = \frac{270^\circ - 57^\circ}{3} = 71^\circ$$

Подстановка в формулы даёт $h_B = 76^\circ$ $h_H = 38^\circ$.

Ответ: $\delta = 71^\circ$

Критерии оценивания.

При оценивании решений по 8-балльной системе рекомендуем использовать следующие критерии:

0 баллов — решение отсутствует, абсолютно некорректно, или в нем допущена грубая астрономическая или физическая ошибка;

1 балл — правильно угадан бинарный ответ («да-нет») без обоснования;

1–2 балла — попытка решения не принесла существенных продвижений, однако приведены содержательные астрономические или физические соображения, которые можно использовать при решении данного задания;

2–3 балла — правильно угадан сложный ответ без обоснования или с неверным обоснованием;

3–6 баллов — задание частично решено;

5–7 баллов — задание решено полностью с некоторыми недочетами;

8 баллов — задание решено полностью.

Выставление премиальных баллов сверх максимальной оценки за задание не допускается.

СПРАВОЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Основные физические и астрономические постоянные	
Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ Скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ Постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$	Астрономическая единица $1 \text{ а.е.} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$ Парсек $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Данные о Солнце	
Радиус $695\,000 \text{ км}$ Масса $1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ Светимость $3,83 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$ Поток солн. энергии на расстоянии Земли 1360 Вт/м^2 Видимая звездная величина $-26,8^m$	Абсолютная визуальная звездная величина $+4,8^m$ Абсол. болометрическая звездная величина $+4,7^m$ Показатель цвета (B-V) $+0,67^m$ Температура поверхности около 6000К Средний горизонтальный параллакс $8,794''$

Данные о Земле	
Эксцентриситет орбиты $0,017$ Тропический год $365,24219 \text{ суток}$ Период вращения $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$ Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года: $23^\circ 26' 21,45''$	Экваториальный радиус $6378,14 \text{ км}$ Полярный радиус $6356,77 \text{ км}$ Масса $5,974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ Средняя плотность $5,52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$

Данные о Луне	
Среднее расстояние от Земли 384400 км Эксцентриситет орбиты $0,055$ Наклон плоскости орбиты к эклиптике $5^\circ 09'$ Сидерический (звездный) период обращения $27,321662 \text{ сут.}$ Синодический период обращения $29,530589 \text{ суток}$	Радиус 1738 км Масса $7,348 \cdot 10^{22} \text{ кг}$ или $1/81,3$ массы Земли Средняя плотность $3,34 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ Визуальное геометрическое альbedo $0,12$ Видимая звезд. величина в полнолуние $-12,7^m$

ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛНЦА И ПЛАНЕТ

Планета	Масса		Радиус		Плотность г·см ⁻³	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Гео- метр, аль- bedo	Види- мая звезд- ная вели- чина**
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1,989 \cdot 10^{30}$	332946	695000	108,97	1,41	25,380 сут	7,25	-	-26,8
Меркурий	$3,302 \cdot 10^{23}$	0,05271	2439,7	0,3825	5,42	58,646 сут	0,00	0,10	-0,1
Венера	$4,869 \cdot 10^{24}$	0,81476	6051,8	0,9488	5,20	243,019 сут*	177,36	0,65	-4,4
Земля	$5,974 \cdot 10^{24}$	1,00000	6378,1	1,0000	5,52	23,934 час	23,45	0,37	-
Марс	$6,419 \cdot 10^{23}$	0,10745	3397,2	0,5326	3,93	24,623 час	25,19	0,15	-2,9
Юпитер	$1,899 \cdot 10^{27}$	317,94	71492	11,209	1,33	9,924 час	3,13	0,52	-2,9
Сатурн	$5,685 \cdot 10^{26}$	95,181	60268	9,4494	0,69	10,656 час	25,33	0,47	-0,5
Уран	$8,683 \cdot 10^{25}$	14,535	25559	4,0073	1,32	17,24 час*	97,86	0,51	5,7
Нептун	$1,024 \cdot 10^{26}$	17,135	24746	3,8799	1,64	16,11 час	28,31	0,41	7,8
Плутон	$1,5 \cdot 10^{22}$	0,003	1160	0,1819	1,1	6,387 сут*	122,52	0,3	13,7

* - обратное вращение.

** - для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и наиболее близкого противостояния внешних планет.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТ ПЛАНЕТ

Планета	Большая полуось		Эксцент- риситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57,9	0,3871	0,2056	7,004	87,97 сут	115,9
Венера	108,2	0,7233	0,0068	3,394	224,70 сут	583,9
Земля	149,6	1,0000	0,0167	0,000	365,26 сут	—
Марс	227,9	1,5237	0,0934	1,850	686,98 сут	780,0
Юпитер	778,3	5,2028	0,0483	1,308	11,862 лет	398,9
Сатурн	1429,4	9,5388	0,0560	2,488	29,458 лет	378,1
Уран	2871,0	19,1914	0,0461	0,774	84,01 лет	369,7
Нептун	4504,3	30,0611	0,0097	1,774	164,79 лет	367,5
Плутон	5913,5	39,5294	0,2482	17,148	248,54 лет	366,7