

7 класс

7.1. Башня отбрасывает тень, длина которой равна $l = 10$ метров. Солнце находится на высоте $h = 60^\circ$ над горизонтом. Определите высоту башни H .

Решение.

Тень будет образовывать с башней прямой угол; соответственно, треугольник, образуемый тенью, башней и линией, соединяющей конец тени и верхушку башни, будет прямоугольным. В этом треугольнике определены один катет (длина тени) и прилежащий к нему угол; следовательно, треугольник полностью определен. Высоту башни можно определить либо через котангенс:

$$\operatorname{ctg}(h) = \frac{l}{H}$$

$$H = \frac{l}{\operatorname{ctg}(h)}$$

(4 б)

$$H = \frac{10}{\operatorname{ctg}(60^\circ)} = 17,32 \text{ (м)}$$

(4 б)

либо сначала определением гипотенузы (L) через косинус, а затем по теореме Пифагора:

$$L = \frac{l}{\cos(60^\circ)}$$

$$L = 20 \text{ м}$$

(4 б)

$$H = \sqrt{L^2 - l^2}$$

$$H = 17,32 \text{ м}$$

(4 б)

За неправильный расчет снимается **1 балл**.

7.2. В Туле кульминирует созвездие Рака. Какое зодиакальное созвездие будет кульминировать в населенном пункте, находящемся в двух часах восточнее Тулы по долготе?

Решение.

Будет кульминировать соседний знак зодиака, располагающийся восточнее от знака созвездия Рака, то есть Лев.

Реконструкция взаимного расположения знаков зодиака (4 б).

Выбор правильного знака (4 б).

7.3. Если считать, что самый жаркий день наступает, когда Солнце проходит в суточном движении через зенит, укажите, какие дни будут самыми «жаркими», а какие самыми «холодными» на земном экваторе.

Решение.

Самыми «жаркими» будут дни равноденствий (4 б), а самыми «холодными» – дни солнцестояний (4 б).

7.4. Как меняется продолжительность самого длинного дня в году при перемещении от экватора к полярному кругу вдоль меридиана?

Решение.

На экваторе день всегда будет равен ночи (2 б). По мере продвижения на север или на юг в направлении полярного круга, дуга дневного движения Солнца в день летнего солнцестояния будет постепенно увеличиваться; следовательно, продолжительность самого длинного дня в году будет расти (6 б). За полярным кругом Солнце в этот день вообще не зайдет.

7.5. Индейцы Мезоамерики обитали в высоких горах ($H = 4500$ м над уровнем океана) на широте $\varphi = 13^\circ$ с. ш. Имели ли они теоретическую возможность наблюдать южный полюс мира? Радиус Земли считать равным $R = 6371$ км.

Решение.

Чтобы увидеть южный полюс мира, нужно, чтобы луч зрения наблюдателя касался экватора. Рассчитать геометрическую дальность видимого горизонта можно, воспользовавшись теоремой Пифагора:

$$d = \sqrt{(R + H)^2 - R^2}$$

(3 б)

Она же определится через тангенс широты места наблюдения:

$$d = R \cdot \operatorname{tg}(\varphi)$$

(3 б)

Для широты $\varphi = 13^\circ$, дальность видимого горизонта составляет $d = 1471$ км. Но из первой формулы ясно, что, поднявшись на 4,5 км, мы увеличим дальность видимого горизонта всего лишь до 240 км, чего очевидно не достаточно, чтобы увидеть южный полюс мира.

(2 б)

7.6. Сириус. Космический корабль покидает Солнечную систему со скоростью $v = 20$ км/с и направляется в систему Сириуса, расстояние до которой $L = 8 \cdot 10^{16}$ м. Через сколько лет корабль достигнет Сириуса? 1 год = $3,2 \cdot 10^7$ с.

Решение.

Время полёта $t = \frac{L}{v}$. **(16)**

Из этой формулы получаем: $t = 4 \cdot 10^{12}$ с. **(36)**

В годах: $t = 125000$ лет. **(46)**