

**Ключи к заданиям муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по астрономии
2023-2024 учебного года
8 класс**

1 задание (8 баллов):

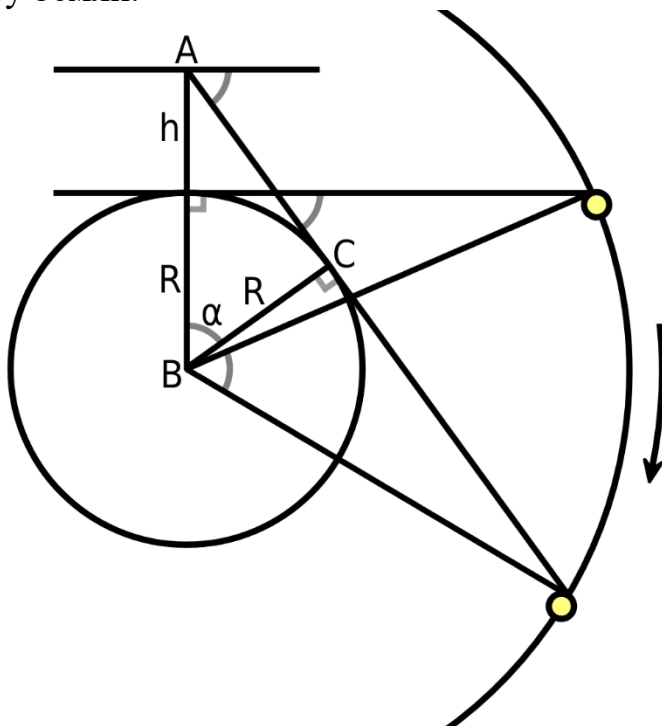
Предположим, однажды на экваторе построят небоскрёб высотой в 1000 м, в который будут стремиться посетители, чтобы наблюдать закаты и рассветы Солнца дважды. С каким интервалом времени они смогут наблюдать закат сначала на первом этаже, а затем на последнем этаже? Считать, что Солнце садится на западе.

Справочная информация:

Экваториальный радиус Земли – 6378.1 км

Решение:

Рассмотрим ситуацию в плоскости, разрезающей землю по параллели, проходящей через наблюдателя. Поскольку небоскрёб находится на экваторе, для обоих наблюдателей это будет одна плоскость, а радиус параллели соответствует радиусу Земли.



Возможность наблюдать несколько закатов возникает в связи с тем, что видимый горизонт отличается для наблюдателя на первом этаже и того, что на последнем. Когда у наблюдателя на первом этаже происходит закат, т. е. Солнце скрывается за видимый горизонт, у наблюдателя на последнем Солнце ещё находится выше видимого горизонта.

В момент наступления заката для наблюдателя на верхнем этаже (в точке А) Солнце зайдет за горизонт также у наблюдателя на поверхности Земли, но чуть западнее (в точке С). Тогда угол между ними представляет собой угол между меридианами, на которых они находятся, и равен углу, на который поворачивается Солнце, если рассматривать ситуацию относительно

неподвижной Земли.

В промежутке между наблюдаемыми на первом и последнем этажах небоскрёба закатами Солнце на тот же угол перемещается по небу для наблюдателя в точке А, данный угол представляет собой угол между видимым горизонтом на первом этаже и видимым горизонтом из точки А.

Равенство упомянутых углов также определяется из геометрических соображений, если использовать соответственные углы, учесть образовавшиеся прямые углы, применить теорему о сумме углов треугольника в 180° или теорему о равенстве углов между прямыми и перпендикулярами к ним.

Определившись, какой угол отвечает за разницу моментов наступления заката для наблюдателей на первом и последнем этажах небоскрёба, вычисляем его из прямоугольного треугольника АСВ:

$$\cos \alpha = \frac{R}{R + h}$$

Используя высоту небоскрёба h и экваториальный радиус R , вычисляем искомый угол:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{R}{R + h}\right) = 0.9998^\circ$$

Продолжительность солнечных суток, т. е. промежуток времени, за который Солнце возвращается на исходный меридиан (пройдя 360°), составляет 24^h (изменением продолжительности солнечных суток пренебрегаем, поскольку оно незначительно). Найдем интервал времени между закатами, соответствующий повороту Солнца на угол α , из пропорции:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{t}{24^h}$$

Получаем, что искомый интервал времени $t = 3^m 59^s$

Оценивание:

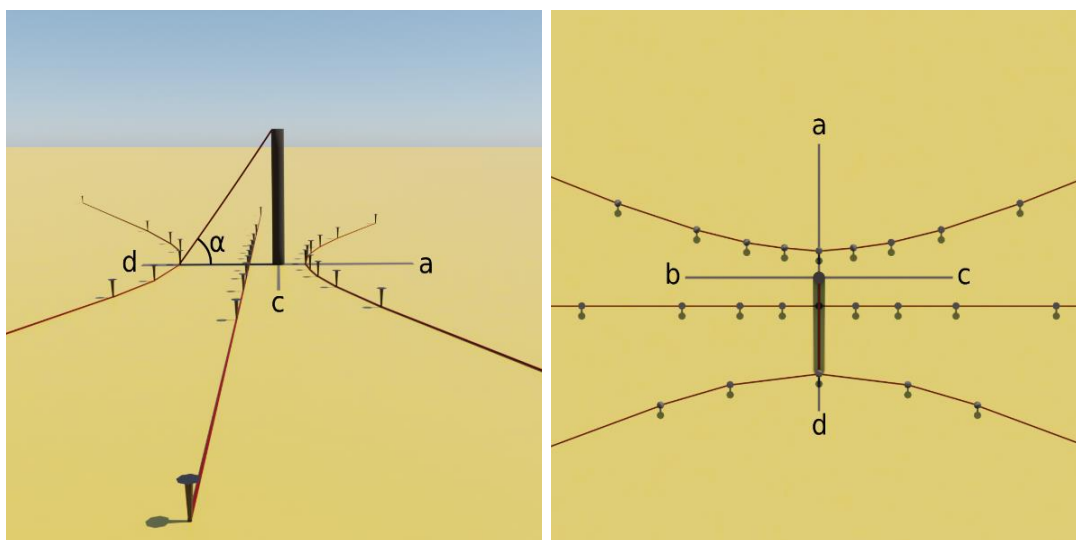
2 балла – Присутствует вывод о том, какой угол соответствует интервалу времени между закатами для наблюдателя на первом и последнем этажах.

3 балла – Записано выражение для вычисления этого угла (2 балла), и он вычислен верно (1 балл).

3 балла – Интервал времени между закатами для наблюдателя на первом и последнем этажах связан с определяющим его углом (2 балла), и искомый интервал вычислен верно (1 балл).

2 задание (8 баллов):

На изображениях гвоздиками и соединяющими их нитями показано, как около полудня перемещался конец тени от вертикально расположенной палочки в северном полушарии в дни весеннего равноденствия, летнего солнцестояния, осеннего равноденствия, а также зимнего солнцестояния. Для одного из этих моментов присутствует сама тень и ниточка, натянутая между вершиной палочки и соответствующим концу тени гвоздиком. Определите, какому дню соответствует присутствующая тень, а также на какие стороны света (север, юг, восток, запад) сориентированы направления a, b, c, d. На какой широте находится палочка, если угол падения тени $\alpha = 54^\circ 34'$?



Левое изображение соответствует виду сбоку, правое – виду сверху.

Справочная информация:

Наклон экватора к эклиптике – $23^{\circ} 26'$

Решение:

Ближе к закату и рассвету тени удлиняются. В полдень, т. е. в момент верхней кульминации Солнца будет наблюдаться самая короткая тень, лежащая на линии a-d, далее речь пойдет именно о таких тенях.

Присутствующая на изображении тень соответствует дню зимнего солнцестояния.

В зените Солнце кульминирует в пределах тропического пояса (приведенные изображения соответствуют данному случаю, между летним солнцестоянием и равноденствиями путь Солнца дважды прошел через зенит, тень при этом отсутствовала). Ближе к дням солнцестояний длина тени увеличивается, наиболее длинная тень соответствует зимнему солнцестоянию.

В зависимости от широты в северном полушарии Солнце может кульминировать в день летнего солнцестояния либо к северу, либо к югу от зенита. На широте между экватором и северным тропиком данная кульминация происходит к северу от зенита, а тень падает в направлении юга (a – юг). В северном полушарии в день зимнего солнцестояния Солнце проходит верхнюю кульминацию к югу от зенита, соответственно, тень будет отброшена в направлении севера (d – север).

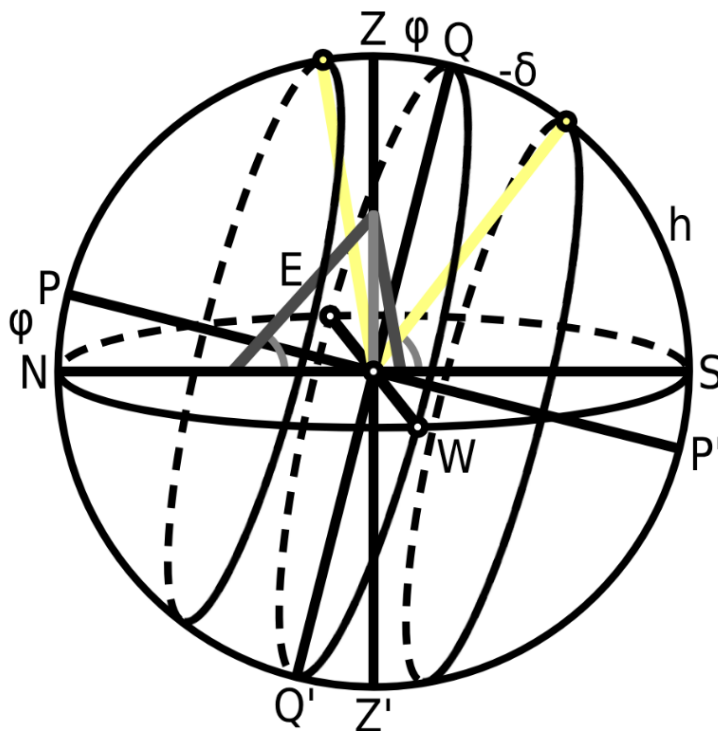
Остальные стороны света получаем по часовой стрелке:

d – север (N, North),

b – восток (E, East),

a – юг (S, South),

c – запад (W, West).



Тень образует угол с математическим горизонтом равный высоте Солнца (т. к. Солнце очень далеко и его лучи параллельны).

Можно показать исследуемую ситуацию на небесной сфере (или в плоскости небесного меридиана) либо воспользоваться известной формулой для связи высоты светила с его склонением и широтой места наблюдения.

Из рисунка видно, что высота светила при кульминации к югу от зенита равна:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta$$

Склонение Солнца в день зимнего солнцестояния составляет $\delta = -23^\circ 26'$.

Тогда широта места, в котором находится палочка, составляет:

$$\varphi = 90^\circ - h + \delta = 12^\circ$$

Оценивание:

2 балла – Определено, что присутствующая на изображении тень образуется в день зимнего солнцестояния.

2 балла – Верно определены отмеченные на изображении направления на стороны света.

2 балла – Записано выражение для связи широты, склонения Солнца с высотой Солнца (углом падения тени).

2 балла – Вычислена широта места наблюдения. 1 балл – если присутствует только вывод о расположении палочки между экватором и северным тропиком.

3 задание (8 баллов):

Астроном-любитель решил посмотреть, как влияет конечность скорости света на наблюдения спутника Юпитера Европы. В те дни, когда Солнце садилось на западе, а Юпитер только вставал на востоке, астроном наблюдал

последовательно два появления Европы из-за диска Юпитера, измеренный период составил $3^d 13^h 13^m$. Он провел расчеты ожидаемых моментов появлений Европы из-за Юпитера в те дни, когда угол между Солнцем и Юпитером уменьшился до 90° . Во время наблюдений астроном обнаружил задержку по сравнению с прогнозом. Какую разницу он получил между расчетами и реальными измерениями? Какое приблизительное число оборотов Европа совершила между двумя сессиями наблюдений (с точностью ± 2)? Орбиты считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Решить задачу, считая существенным только вращение Земли вокруг Солнца между сессиями наблюдений.

Справочная информация:

Радиус орбиты Юпитера – 778547200 км

Радиус орбиты Земли – 149597871 км

Скорость света – $c = 299792$ км/с

Продолжительность тропического года – 365.2422 ср. солн. сут.

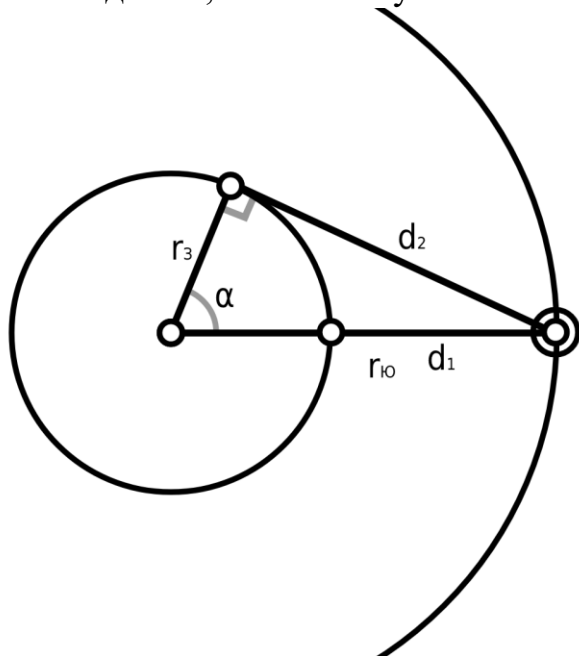
Решение:

Момент, когда Солнце садится на западе, а Юпитер только встаёт на востоке соответствует противостоянию (между ними 180°).

Для противостояния расстояние от Земли до Юпитера определяется через радиусы их орбит:

$$d_1 = r_{\text{Ю}} - r_3 = 628949329 \text{ км}$$

Момент, когда угловое расстояние между Солнцем и Юпитером уменьшился до 90° , соответствует восточной квадратуре.



Из получившегося прямоугольного треугольника можно выразить по теореме Пифагора расстояние между Юпитером и Землёй для второй сессии наблюдений:

$$d_2 = \sqrt{r_{\text{Ю}}^2 - r_3^2} = 764039410 \text{ км}$$

Разница в расчетном и фактическом времени появления Европы из-за диска

Юпитера определяется разницей расстояний до Юпитера для двух сессий наблюдения и скоростью света:

$$t = (d_2 - d_1)/c = 450,3 \text{ с} = 7,5 \text{ мин}$$

Угол, который Земля прошла по орбите вокруг Солнца между двумя сессиями можно вычислить из этого же треугольника:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r_3}{r_{Ю}}\right) = 78,9217^\circ$$

Данный угол соответствует прошедшему с первой сессии наблюдений времени x , находим искомое время через пропорцию, где полный оборот вокруг Солнца происходит за тропический год:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{x}{365,2422}$$

Так, $x = 80.071^d$, тогда количество оборотов Европы составит $80.071/3.22 = 25$.

Оценивание:

2 балла – Верно определено взаимное положение Земли и Юпитера на две даты (противостояние и восточная квадратура). Указывать конфигурации не обязательно.

1 балл – Вычислено расстояние от Земли до Юпитера для первой сессии наблюдений.

1 балл – Из получившегося прямоугольного треугольника вычислено расстояние от Земли до Юпитера для второй сессии наблюдений.

1 балл – Определена величина задержки между расчетным временем появления Европы из-за диска Юпитера и определенным в результате наблюдений.

1 балл – Из прямоугольного треугольника вычислен пройденный Землей угол орбиты.

1 балл – Вычислено время, за которое Земля прошла этот путь.

1 балл – Определено количество оборотов Европы за время между двумя сессиями наблюдений.

4 задание (8 баллов):

Чтобы следующие предложения стали верными, выберите подходящее пропущенное слово:

- 1) Если смотреть на Землю с северного полюса, Земля вращается вокруг своей оси _____ (по часовой стрелке/против часовой стрелки).
- 2) Если смотреть на Землю с северного полюса, Земля вращается вокруг Солнца _____ (по часовой стрелке/против часовой стрелки).
- 3) Для наблюдателя на плывущем вдоль экватора Земли на восток корабле продолжительность _____ солнечных _____ суток _____ (увеличится/уменьшится).
- 4) Если вращение Земли вокруг Солнца ускорится вдвое, то продолжительность _____ солнечных _____ суток _____ (увеличится/уменьшится).
- 5) Если вращение Земли вокруг своей оси замедлится вдвое, то

продолжительность солнечных суток _____
(увеличится/уменьшится).

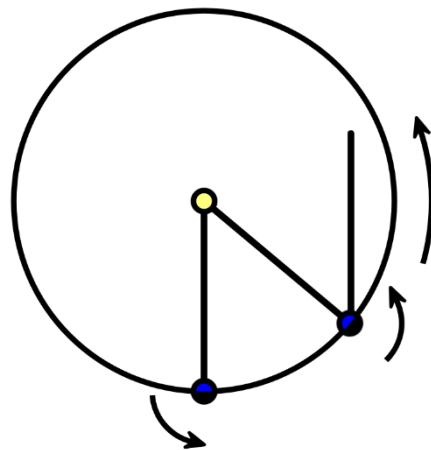
Решение:

Верные выражения выглядят следующим образом:

- 1) Если смотреть на Землю с северного полюса, Земля вращается вокруг своей оси против часовой стрелки.
- 2) Если смотреть на Землю с северного полюса, Земля вращается вокруг Солнца против часовой стрелки.
- 3) Для наблюдателя на плывущем вдоль экватора Земли на восток корабле продолжительность солнечных суток уменьшится.
- 4) Если вращение Земли вокруг Солнца ускорится вдвое, то продолжительность солнечных суток увеличится.
- 5) Если вращение Земли вокруг своей оси замедлится вдвое, то продолжительность солнечных суток увеличится.

Если корабль будет плыть на восток, т. е. навстречу Солнцу, то будет таким образом приближать момент следующего восхода или захода Солнца, т. е. продолжительность солнечных суток уменьшится.

Поскольку вокруг оси и по орбите Земля вращается в одном направлении (против часовой стрелки), продолжительность солнечных суток (T_C) оказывается длиннее звездных ($T_{ЗВ}$). Пока Земля поворачивается вокруг оси на 360° (звёздные сутки), она немного смещается по орбите, поэтому ей ещё нужно довернуться на соответствующий угол, чтобы вернуться к направлению на Солнце.



При увеличении скорости обращения Земли вокруг Солнца дополнительный угол, на который нужно довернуться для возвращения к направлению на Солнце, будет больше, следовательно, продолжительность солнечных суток ещё больше увеличится. При замедлении вращения Земли вокруг своей оси продолжительность звёздных суток увеличится, а также угол, на который Земле нужно будет довернуться, увеличится, следовательно, продолжительность солнечных суток тоже увеличится.

Можно также рассмотреть эту ситуацию математически с помощью формулы связи синодического и сидерического периодов или угловых скоростей:

$$\frac{1}{T_{\text{ГОД}}} = \frac{1}{T_{\text{ЗВ}}} - \frac{1}{T_{\text{С}}} \quad \text{или} \quad \omega_{\text{ГОД}} = \omega_{\text{ЗВ}} - \omega_{\text{С}}$$

После оборота Земли вокруг Солнца конфигурация повторится, что определяет синодический период ($T_{\text{ГОД}}$), равный тропическому году, пренебрежем тем, что относительно звёзд все-таки будет небольшое смещение. Относительно Земли угловая скорость обращения звёздного неба ($\omega_{\text{ЗВ}}$) больше, чем Солнца ($\omega_{\text{С}}$), поэтому она представляет собой первое слагаемое. Знак минус используется, так как угловая скорость Солнца меньше угловой скорости вращения звёздного неба на величину угловой скорости вращения Земли по орбите ($\omega_{\text{ГОД}}$).

Формула для угловой скорости Солнца тогда следующая:

$$\omega_{\text{С}} = \omega_{\text{ЗВ}} - \omega_{\text{ГОД}}$$

Если согласно выражению (4) увеличить в этой формуле второе слагаемое, то угловая скорость Солнца относительно Земли уменьшится, а значит продолжительность солнечных суток увеличится. Если согласно выражению (5) уменьшить первое слагаемое, то продолжительность солнечных суток также увеличится.

Оценивание:

4 балла – Верно дополнены выражения 1)-3).

4 балла – Верно дополнены выражения 4)-5).

5 задание (8 баллов):

Расположите в порядке возрастания их орбитального периода следующие объекты Солнечной системы:

Юпитер, Уран, Земля, Венера, Марс

Определите, за какое время совершает один оборот вокруг Солнца запущенный в космос автомобиль, считая его орбиту круговой с радиусом в 1.32 астрономических единицы.

Решение:

Орбитальный период указанных планет возрастает в следующем порядке:

- 1) Венера
- 2) Земля
- 3) Марс
- 4) Юпитер
- 5) Уран

Продолжительность оборота тела вокруг Солнца возрастает с ростом расстояния до Солнца (радиуса его круговой орбиты), в соответствии с третьим законом Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Где T – орбитальный период тела, a – большая полуось или среднее расстояние его орбиты (радиус соответствующей круговой орбиты). Закон был

получен Кеплером эмпирическим путем, в такой форме подходит для тел, обращающихся вокруг одного значительно более массивного тела.

Для определения периода обращения автомобиля по его гелиоцентрической орбите удобно сравнить его с Землёй, подставляя период в земных годах, а большую полуось в астрономических единицах:

$$T = \sqrt{a^3}$$

Искомое время обращения автомобиля вокруг Солнца составляет 1.52 года.

Оценивание:

4 балла – Верно определён порядок планет по возрастанию их периода.

2 балла – Выражена связь орбитального периода с размером орбиты.

2 балла – Вычислен период обращения автомобиля по гелиоцентрической орбите.