9 класс

9.1. В Туле кульминирует созвездие Рака. Какое зодиакальное созвездие будет кульминировать в населенном пункте, находящемся в двух часах восточнее Тулы по долготе?

Решение.

Будет кульминировать соседний знак зодиака, располагающийся восточнее от знака созвездия Рака, то есть Лев.

Реконструкция взаимного расположения знаков зодиака **(4 б)**.

Выбор правильного знака **(4 б)**.

9.2. Индейцы Мезоамерики обитали в высоких горах ($H = 4500$ м над уровнем океана) на широте $\varphi = 13°$ с. ш. Имели ли они теоретическую возможность наблюдать южный полюс мира? Радиус Земли считать равным $R = 6371$ км.

Решение.

Чтобы увидеть южный полюс мира, нужно, чтобы луч зрения наблюдателя касался экватора. Рассчитать геометрическую дальность видимого горизонта можно, воспользовавшись теоремой Пифагора:

$$d = \sqrt{(R + H)^2 - R^2}$$

(3 б)

Она же определится через тангенс широты места наблюдения:

$$d = R \cdot tg(\varphi)$$

(3 б)

Для широты $\varphi = 13°$, дальность видимого горизонта составляет $d = 1471$ км. Но из первой формулы ясно, что, поднявшись на 4,5 км, мы увеличим дальность видимого горизонта всего лишь до 240 км, чего очевидно не достаточно, чтобы увидеть южный полюс мира.

(2 б)

9.3. Каково зенитное расстояние Солнца в момент верхней кульминации в день летнего солнцестояния на широте Тулы ($\varphi = 54°$)? Чему равен угол наклона круга высоты Солнца к эклиптике в этот момент?

Решение.

В день летнего солнцестояние Солнце максимально удалено от эклиптики на расстояние $z = 23{,}5°$. Поэтому зенитное расстояние тривиально определится, как $z = \varphi - \varepsilon$, то есть $z = 30{,}5°$ **(3 б)**.

Круг высоты Солнца в момент кульминации совпадает с небесным меридианом, который перпендикулярен эклиптике в точке пересечения с точкой лета **(5 б)**.

9.4. Лучевая скорость Арктура равна $v_r = -22$ км/с, а тангенциальная скорость $v_\tau = 23$ км/с. Найти пространственную скорость звезды и угол, образованный направлением движения звезды с лучом зрения.

Решение.

Пространственная скорость определяется тривиально из теоремы Пифагора:

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\tau^2}$$

$$v \approx 32 \text{ км/с}$$

(3 б)

Угол может быть определен либо через синус, либо через косинус, либо через тангенс:

$$\arcsin\left(\frac{v_\tau}{v}\right) = \arccos\left(\frac{v_r}{v}\right) = arctg\left(\frac{v_\tau}{v_r}\right) \approx 46°$$

(5 б)

9.5. Облако. Оценить массу M облака (в единицах солнечной массы $M_\odot$) межзвёздной среды, если его размер $R \approx 10$ пк, а концентрация частиц $n \approx 100$ см$^{-3}$. Масса одной частицы облака $m_0 \approx 3\cdot10^{-24}$ г. Для объёма облака принять оценочную формулу $V \approx R^3$.

1 пк $\approx 3{,}1\cdot10^{18}$ см. Масса Солнца $M_\odot = 2\cdot10^{33}$ г.

Решение.

Масса облака: $M = \rho V \approx \rho R^3$. **(1б)**

Связь плотности с концентрацией частиц: $\rho = m_0 n$. **(1б)**

Масса облака: $M \approx m_0 n R^3$. **(2б)**

Из этой формулы получаем: $M \approx 9\cdot10^{36}$ г **(2б)**

$M \approx 4500\ M_\odot$ **(3б)**

9.6. Странная планета. Вокруг этой планеты по круговой орбите обращается спутник с минимальным периодом обращения T_m = 100с. Какой вывод можно сделать о величине средней плотности ρ этой планеты? Гравитационная постоянная G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Решение.

Уравнения движения для круговых орбит: $m\omega^2 r = \frac{GMm}{r^2}$. **(1б)**

Т.к. $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то период обращения планеты по круговой орбите радиуса *r* -

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}.$$ **(1б)**

*Эта формула может быть написана и без вывода как одна из форм записи 3-го закона Кеплера. В этом случае – **2 б**.*

Минимальный период обращения определяется при $r \approx R$ (радиус планеты). Т.к. масса планеты $M = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$, то

$$T_m = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}.$$ **(2б)**

Следовательно, $$\rho = \frac{3\pi}{GT_m^2}.$$ **(2б)**

Из этой формулы получаем: ρ = $1{,}4\cdot10^7$ кг/м^3. **(2б)**