

9 класс

Задача 1

Два человека наблюдают за восходом Солнца на морском горизонте. Один из них стоит на палубе корабля, а второй на вершине горы высотой 4 км на вулканическом острове. У которого из наблюдателей диск Солнца будет выглядеть ярче и во сколько раз?

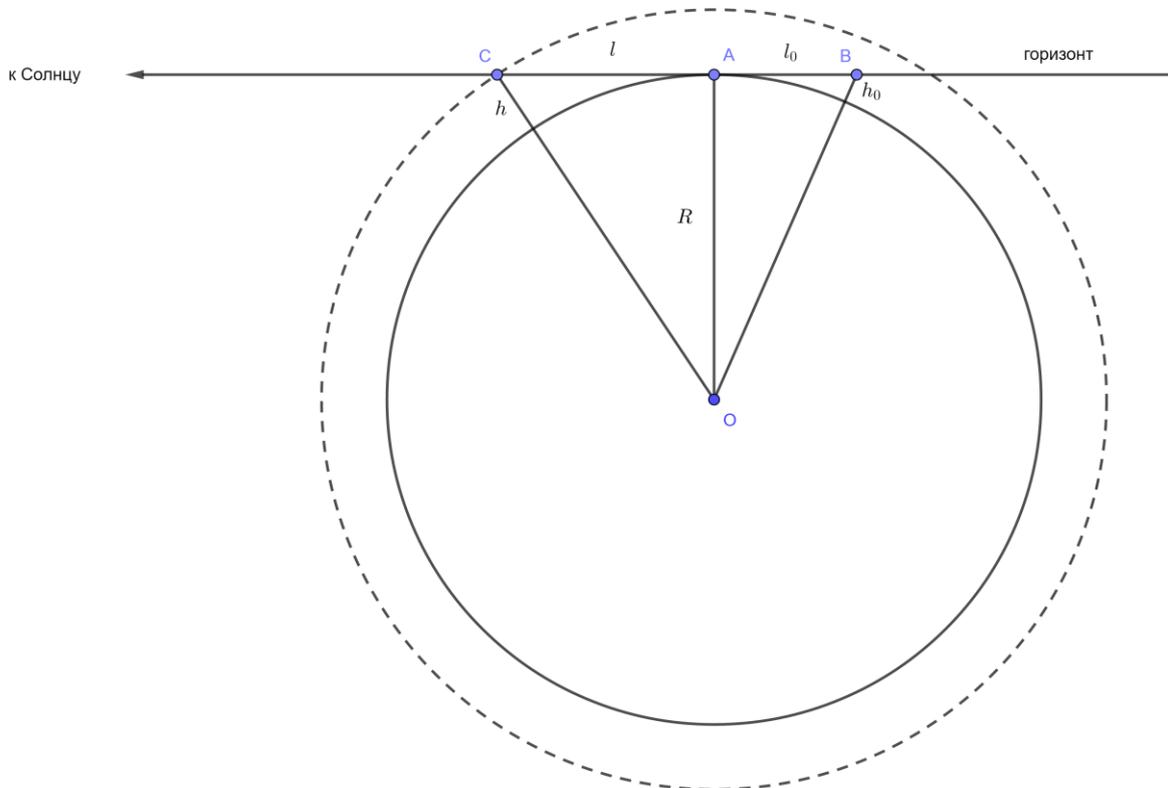
Атмосферу Земли считать однородным сферическим слоем толщиной 8 км (самый плотный слой) с равномерным ослаблением света. Рефракцией пренебречь.

8 баллов

Решение

Кажется почти очевидным, что при наблюдении с горы Солнце будет ярче – но это неверно.

Посмотрим рисунок. O – центр Земли. Слой атмосферы показан штриховой линией без соблюдения масштаба. Наблюдатель A находится на корабле на уровне воды. Для него путь лучей Солнца в атмосфере равен l . Наблюдатель B находится на вершине горы. И для него свет проходит в атмосфере более длинный путь: $l + l_0$.



Величины l и l_0 можно найти по теореме Пифагора:

$$l^2 = (R + h)^2 - R^2 = 2(R + h)h \approx 2Rh,$$
$$l_0^2 = (R + h_0)^2 - R^2 = 2(R + h_0)h_0 \approx 2Rh_0.$$

Отсюда, поскольку по условию $l_0 = l/2$,

$$\frac{l_0}{l} = \sqrt{\frac{h_0}{h}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Отношение атмосферных путей будет

$$\frac{l + l_0}{l} = 1 + \frac{l_0}{l} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 1,7.$$

По условию задачи ослабление света пропорционально длине пути. Мы видим, что наблюдатель на корабле увидит Солнце в 1,7 раза ярче, чем его горный коллега.

На самом деле ослабление света в атмосфере происходит не по линейному, а по экспоненциальному закону (закон Бугера-Ламберта-Бера), и реальная яркость будет меньше почти в 20 раз!

Оценка

Основная задача заключается в расчёте основного и дополнительного оптического пути луча для каждого наблюдателя. Это оценивается по 3 балла для каждого наблюдателя. Нахождение коэффициента ослабления света и окончательный вывод о яркости диска Солнца для каждого наблюдателя ещё 2 балла. Итого 8 баллов.

Задача 2

Колонисты, осваивающие Марс, решили определить «марсианскую» астрономическую единицу в терминах орбиты Марса. «Марсианский» парсек колонисты определили идентично определению парсека, которым мы пользуемся на Земле.

Сколько «марсианских» астрономических единиц в «марсианском» парсеке?

Сколько «земных» астрономических единиц в «марсианском» парсеке?

Сколько «земных» парсеков в «марсианском» парсеке?

8 баллов

Решение

Парсек – расстояние, на котором звезда имела бы параллакс, равный $1''$. А параллакс – это угол, под которым со звезды виден радиус земной орбиты. Для «марсианского» параллакса, очевидно, нужно взять радиус орбиты Марса.

Связь параллакса с расстоянием дается хорошо известной формулой (её нетрудно вывести при необходимости):

$$D = \frac{206265''}{p''} a, \quad (1)$$

в которой D – расстояние, p'' – параллакс звезды, выраженный в секундах, a – радиус орбиты планеты, $206265''$ – число секунд в радиане.

По определению астрономической единицы, радиус орбиты Марса составит ровно 1 «марсианскую» астрономическую единицу. Поэтому для параллакса $1''$ расстояние до звезды по формуле (1) будет 206265 «марсианских» астрономических единиц.

Если использовать «земную» астрономическую единицу, то $a = 1,5$, и «марсианский парсек» получается равным $206265 \cdot 1,5 = 309398$ «земных» астрономических единиц.

Наконец, отношение «марсианского» парсека к «земному» парсеку будет равно отношению радиуса орбиты Марса к радиусу орбиты Земли, а именно – 1,5.

Оценка

Для ответа на условие задачи достаточно знать определение парсека (любое из двух). Как вариант допускается запись выражения (1). За это выставляется 2 балла. И по 2 балла за правильные найденные значения расстояний. Итого 8 баллов.

Задача 3

Астроном-любитель ведёт съёмку полной Луны на фотоаппарат с фокусным расстоянием объектива 58 мм и диаметром 30 мм на полноразмерную матрицу (36x24 мм). Определите, сколько процентов кадра будет занимать изображение Луны.

8 баллов

Решение

Прежде всего определим линейный диаметр Луны на матрице фотоаппарата. При съёмке далеких объектов матрица располагается в фокальной плоскости объектива. Поэтому диаметр изображения будет равен

$$d = f \operatorname{tg} \varphi = 0,058 \operatorname{tg} 0,5^\circ \approx 0,058 \cdot \frac{0,5^\circ \pi}{180^\circ} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ (м)} = 0,5 \text{ (мм)}.$$

Соответственно, площадь изображения диска Луны будет

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 0,2 \text{ (мм}^2\text{)}.$$

Полная же площадь прямоугольной матрицы равна

$$S_0 = 24 \cdot 36 = 864 \text{ (мм}^2\text{)}.$$

Поэтому изображение Луны займет

$$\frac{0,2}{864} \cdot 100\% = 0,02\%$$

площади кадра.

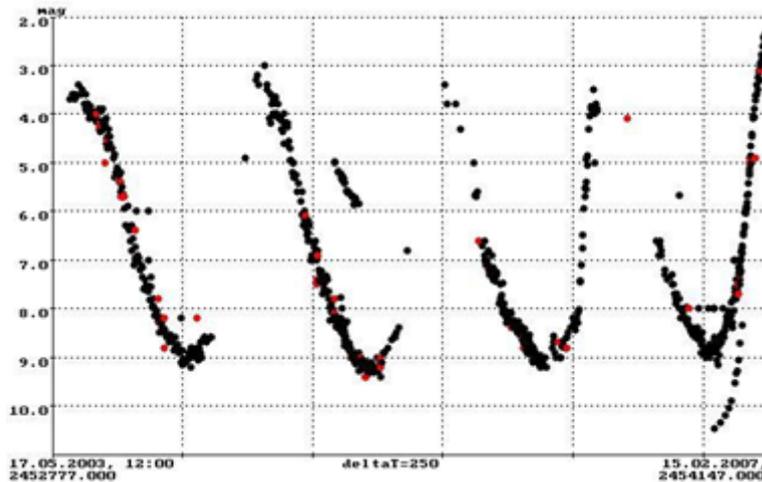
Оценка

Определение линейного диаметра Луны на матрице – 4 балла, определение площади изображения – 2 балла, определение процентов кадра, занимаемого Луной – 2 балла. Итого 8 баллов.

Задача 4

На рисунке показана кривая блеска (в звёздных величинах) переменной звезды Мира Кита, полученная по данным наблюдений астрономов многих стран за период с 2003 по 2007 год. Почему в некоторых местах этой кривой отсутствуют наблюдательные точки? Что вы ещё знаете об этой звезде?

8 баллов



Решение

По датам на концах графика можно примерно оценить расстояние между провалами – около 1 года. Значит, отсутствие данных связано с движением Земли по орбите, с нашей точки зрения – с движением Солнца среди звезд. Вероятно, в «пустые» периоды звезда находилась на дневном небе и не была доступна наблюдателям.

Мира Кита («Удивительная», так переводится с латыни её название) является самой известной и самой легко наблюдаемой переменной своего типа благодаря огромной амплитуде изменения блеска и значительной яркости в периоды максимумов, иногда достигающей $+2,0^m$ (в то время как абсолютное большинство остальных долгопериодических переменных в максимуме недоступно невооружённому глазу) – тогда она становится ярчайшей звездой своего созвездия! Она представляет собой систему из двух звёзд – холодного красного гиганта (который мы видим) и трудно наблюдаемого горячего белого карлика, находящегося на очень близком угловом расстоянии от главной звезды.

Оценка

Правильный ответ на основной вопрос – 4 балла. Любой известный факт об этой звезде добавляет 2 балла. Но максимальный балл за это задание не превышает 8 баллов.

Задача 5

Радиолокационными методами установлено, что кратчайшее расстояние между Землёй и Венерой равно 0,28 а.е. Каков период обращения Венеры вокруг Солнца? Как часто повторяются такие положения Земли и Венеры?

Орбиты обеих планет считать окружностями, лежащими в одной плоскости.

8 баллов

Решение

В момент наибольшего сближения Земли и Венеры обе планеты в условиях задачи лежат на одной прямой с Солнцем. Следовательно, расстояние Венеры от Солнца равно

$$a_B = a_3 - 0,28 = 1 - 0,28 = 0,72 \text{ (а. е.)}.$$

Период обращения Венеры найдем по третьему закону Кеплера:

$$\frac{T_B^2}{T_3^2} = \frac{a_B^3}{a_3^3}$$

откуда следует ($T_3 = 1, a_3 = 1$)

$$T_B = \sqrt{0,72^3} = 0,61 \text{ (года)} = 223 \text{ (сут)}.$$

Это будет сидерический период. Чтобы узнать, как часто бывают «встречи» Земли и Венеры, нужно найти синодический период. По известной формуле

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_3}$$

получим

$$S = \frac{223 \cdot 365}{365 - 223} = 573 \text{ (сут)}.$$

Оценка

Определение большой полуоси орбиты Венеры – 1 балл, запись 3-го закона Кеплера и определение периода обращения Венеры вокруг Солнца – 4 балла, запись синодического уравнения и определение синодического периода – 3 балла. Итого 8 баллов.

Если участник определяет период обращения из справочных данных, то за это выставляется только 1 балл, если синодический период определяется из справочных данных, то за это выставляется 2 балла. Максимальная оценка за решение в этом случае – 3 балла.

Задача 6

В некотором пункте звезда Капелла ($\alpha = 5^h 17^m, \delta = +45^\circ 59'$) проходит точно через зенит. Какую звезду чаще можно видеть из этого пункта: Спикку ($\alpha = 13^h 25^m, \delta = -11^\circ 10'$) или Ригель ($\alpha = 5^h 14^m, \delta = -8^\circ 12'$)?

8 баллов

Решение

Тот факт, что звезда в верхней кульминации (выше невозможно!) проходит через зенит, позволяет найти широту места:

$$z = 0 = \varphi - \delta,$$

$$\varphi = \delta = +45^{\circ}59'.$$

Это северное полушарие. Склонение Ригеля больше, чем у Спика, значит он ближе к северному полюсу мира, значит он на небе северного полушария расположен выше и проводит над горизонтом больше времени.

Кроме того, Спика ($\alpha = 13^h25^m$) бывает в противостоянии с Солнцем, когда прямое восхождение последнего равно 01^h25^m , а это бывает весной вскоре после весеннего равноденствия. Противостояние Ригеля приходится на прямое восхождение Солнца 17^h14^m , что бывает близко к зимнему солнцестоянию (точно 18^h). Иными словами, Спика – весенняя звезда, а Ригель – зимняя. Зимой ночи длиннее, и весь путь Ригеля над горизонтом приходится на темное время суток.

Оценка

Определение широты пункта – 4 балла. Определение видимости исходя из склонения звезд – 2 балла. Определение видимости исходя из долготы дня – 2 балла. Итого 8 баллов.

Общее число баллов – 48.