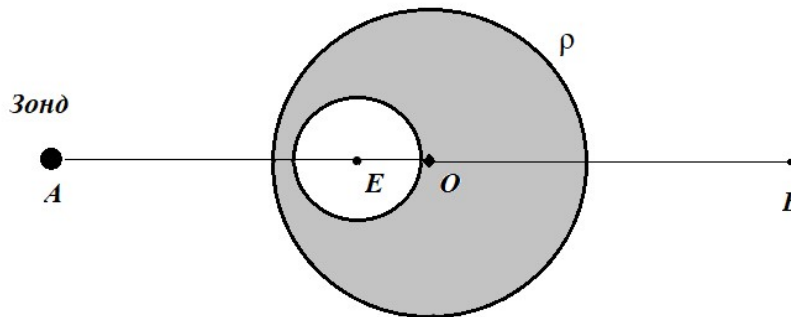


**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**
10 класс, 2024/2025 учебный год
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



Задача 1. Полость в астероиде (8 баллов)

Ученые обнаружили небольшой сферический астероид с внутренней сферической полостью. По всему астероиду, не считая полости, вещество распределено равномерно и имеет плотность ρ . Радиус астероида R , радиус полости r . При облете астероида космический зонд, находясь прямо над полостью в т. А (см. рисунок), измерил ускорение свободного падения на расстоянии L от центра астероида ($AO = L$) и получил значение g . Найдите расстояние от центра полости до центра астероида (расстояние OE). Какое значение g_2 измерит зонд, оказавшись в т. В, противоположной т. А ($OA = OB$)?



Возможное решение:

Пусть масса зонда m , масса астероида M , искомое расстояние x , сила притяжения астероида F . Тогда $F = mg$. **(0,5 балла)**

Если бы астероид был сплошным шаром с массой M_0 , то он действовал бы на зонд с силой **(1 балл)**:

$$F_0 = G \frac{mM_0}{L^2}.$$

При этом вещество, которым была бы заполнена полость, действовало бы на зонд с силой **(1 балл)**:

$$F_1 = G \frac{mM_1}{(L - x)^2}.$$

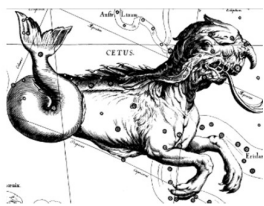
Здесь $M_0 = 4\pi\rho R^3/3$, $M_1 = 4\pi\rho r^3/3$ **(0,5 балла)**.

Так как $F_0 = F_1 + F$ **(1 балл)**, то

$$mg = G \frac{m}{3L^2} 4\pi\rho R^3 - G \frac{m}{3(L - x)^2} 4\pi\rho r^3.$$

Отсюда **(1,5 балла)**:

$$x = L - \sqrt{\frac{r^3}{\left(\frac{R^3}{L^2} - \frac{3g}{4\pi\rho G}\right)}}.$$



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

10 класс, 2024/2025 учебный год

Длительность 3 часа.

Максимум 50 баллов.



Ответим теперь на второй вопрос. Если зонд будет на том же расстоянии от центра с другой стороны, то на него будет действовать другая сила $F_2 = mg_2$. Причем $F_0 = F_{11} + F_2$, где F_{11} – это сила, с которой действовало бы на зонд в т. В вещество в полости, если бы полость была заполнена. Значит **(1 балл)**:

$$F_{11} = G \frac{mM_1}{(L+x)^2}.$$

Тогда $mg_2 = F_0 - F_{11}$ и получим **(1,5 балла)**:

$$g_2 = G \frac{4\pi\rho R^3}{3L^2} - G \frac{4\pi\rho r^3}{3(L+x)^2} = \frac{4\pi\rho G}{3} \left(\frac{R^3}{L^2} - \frac{r^3}{(L+x)^2} \right).$$

Подставляя значение x , найденное ранее, не обязательно.

Указание: участник может решать задачу альтернативными методами. В этом случае баллы ставятся исходя из сопоставления соответствующих этапов решений.

Задача 2. Кульминация в полночь (8 баллов).

Определите на какой высоте и в какой день года верхняя кульминация звезды Капелла (склонение 46° , прямое восхождение 5^h16^m) происходит ровно в полночь по местному времени в Уфе ($54^\circ 44'$ с.ш., $55^\circ 58'$ в.д., часовой пояс UTC +5)

Возможное решение:

Сначала нужно определиться с высотой верхней кульминации. Запишем формулу:

$$h = 90 - |\varphi - \delta| = 90^\circ - |54^\circ 44' - 46^\circ| = 90^\circ - 8^\circ 44' = 81^\circ 16'$$

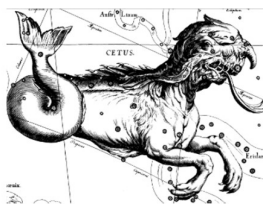
(1 балл за формулу + 1 балл за численный ответ)

Теперь давайте проанализируем, в какой день года это произойдет. Сначала нам нужно определить время, в которое происходит истинная полночь в Уфе. В это же время Солнце находится в нижней кульминации.

1) На Гринвиче полночь наступает в 24 часа по местному времени **(0,5 балла)**.

2) В Уфе полночь наступит раньше на 55 градусов 58 минут в градусной мере, или на 3 часа 43 минуты 52 секунды в часовой мере – это примерно на 3 часа 44 минуты. При этом, разница часовых поясов Уфы и Гринвича равна +5. Поэтому истинная полночь наступит в 1^h16^m по местному уфимскому времени. **(1 балл)**

3) В истинную полночь Солнце находится в нижней кульминации, а в 24.00 часа местного времени Солнце не дойдет до нижней кульминации часовой угол 1^h16^m . **(0,5 балла)**



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

10 класс, 2024/2025 учебный год

Длительность 3 часа.

Максимум 50 баллов.



4) Если бы условие задачи было про истинную полночь, то когда Капелла находилась бы в верхней кульминации, а Солнце было бы в нижней, то прямое восхождение Солнца было бы равно $\alpha_{\text{капеллы}} + 12^{\text{h}} = 17^{\text{h}}16^{\text{m}}$. **(1 балл)**

4а) Так как нам нужен момент местной полночи, то Солнце еще не дошло до нижней кульминации, и его прямое восхождение равно $17^{\text{h}}16^{\text{m}} - 1^{\text{h}}16^{\text{m}} = 16^{\text{h}}$. **(1 балл)**

5) Определим, в какой день года прямое восхождение среднего Солнца равно 16^{h} . В день осеннего равноденствия прямое восхождение равно 12^{h} . В День зимнего солнцестояния - 18^{h} . **(0,5 балла)**

В модели среднеэкуаториального Солнца прямое восхождение Солнца каждый день меняется примерно на 59 угловых минут или $3^{\text{m}}56^{\text{s}}$. Разница в 4 часа набегит за 61 день. **(1 балл)**

6) Следовательно: $23.09 + 61 = 84.09 = 54.10 = 23.11$. Дата 23 ноября. **(0,5 балла)**

Задача 3. Радиус звезды (8 баллов)

Звезда Денеб имеет видимую звездную величину $1,21^{\text{m}}$ и годичный параллакс $0.0021''$. Спектральные наблюдения определили температуру фотосферы звезды 8500 К градусов.

1) Определите абсолютную звездную величину Денеба и его светимость. 2) Определите радиус звезды, считая ее абсолютно черным телом.

Возможное решение:

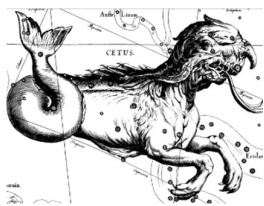
1) В справочных данных дана светимость Солнца. Определим, во сколько раз Денеб превосходит Солнце по светимости. Для этого необходимо обе звезды расположить на одинаковом расстоянии и сравнить получаемые от них потоки энергии. Так как нам надо найти еще и абсолютную звездную величину Денеба, то расположим обе звезды на расстоянии 10 пк.

$$M_{\text{д}} = m + 5 - 5 \lg(r) = m + 5 + 5 \lg(\pi) = 1,21 + 5 + 5 \lg(0,0021) = -7,18^{\text{m}}.$$

(2 балла за формулу с π (либо 1 балл за формулу с r + 1 балл за формулу связи r и π) + 1 балл за получение численного значения).

Если участник указывает абсолютную звездную величину из $-6,9^{\text{m}}$, то это повод **аннулировать работу**, так как это означает, что участник имеет возможность пользоваться другими источниками данных, кроме разрешенных.

Из справочных данных известно, что абсолютная звездная величина Солнца $M_0 = +4,72^{\text{m}}$. Запишем закон Погсона, чтобы сравнить получаемые потоки от Денеба и от Солнца:



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

10 класс, 2024/2025 учебный год

Длительность 3 часа.

Максимум 50 баллов.



$$\frac{L_D}{L_0} = 10^{0,4(M_0 - M_D)} = 10^{0,4(4,72 + 7,18)} = 57\,544 \text{ раза.}$$

Таким образом, $L_D = 57\,544 L_0 = 2,23 \cdot 10^{31}$ Вт.

(2 балла за формулу + 1 балл за получение численного значения).

2) Если считать звезду абсолютно черным телом, то $L_D = \sigma T^4 S = 4\pi R^2 \sigma T^4$ (1 балл). Тогда:

$$R = \sqrt{\frac{L_D}{4\pi\sigma T^4}} = \sqrt{\frac{2,23 \cdot 10^{31}}{4 \cdot 3,14 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 8500^4}} = 77,5 \cdot 10^9 \text{ м} = 77,5 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

(1 балл за получение верного численного значения R . С учетом предыдущих округлений результат может отличаться от представленного).

Задача 4. Про телескоп (8 баллов).

Юный астроном Вася хочет купить телескоп, чтобы изучать двойную звезду. Двойная звезда находится на расстоянии 8 пк, а удаление между ее звездами равно 10 а.е.

В магазине Вася увидел два телескопа:

- 1) Диаметр 10 см, фокусное расстояние 50 см, набор окуляров с фокусными расстояниями 20 мм и 6 мм.
- 2) Диаметр 14 см, фокусное расстояние 60 см, набор окуляров с фокусными расстояниями 15 мм и 5 мм.

Какой из телескопов подойдет для целей Васи? При оценке телескопов влиянием атмосферы пренебречь.

Возможное решение:

Угловое разрешение для телескопа (1 балл):

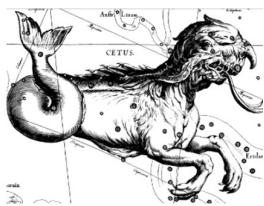
$$\theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D},$$

где θ_1 выражено в радианах, λ – длина волны, на которой ведется наблюдение в телескоп, D – диаметр входного отверстия (объектива) телескопа. Обычно берется $\lambda = 550$ нм – это средняя часть видимого диапазона, именно на эту длину волны приходится наибольшая чувствительность человеческого глаза.

Тогда:

$$\theta_1 = \frac{138''}{D},$$

где D выражено в мм.



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

10 класс, 2024/2025 учебный год

Длительность 3 часа.

Максимум 50 баллов.



Юный астроном выбирает телескоп для визуальных наблюдений, поэтому если телескоп дает увеличение Γ , то разрешающая способность системы «окуляр-глаз» составляет (**1 балл**)

$$\theta_2 = \frac{60''}{\Gamma}.$$

Результирующая разрешающая способность (**1,5 балла**):

$$\theta^2 = \theta_1^2 + \theta_2^2 = \left(\frac{138''}{D}\right)^2 + \left(\frac{60''}{\Gamma}\right)^2 \quad (*).$$

Двойная звезда достаточно далеко, угловое расстояние между ее компонентами при наблюдении с земли можно найти следующим образом (**0,5 балла**):

$$\delta \approx 206265 \frac{r}{L},$$

где $r = 10$ а.е., $L = 8$ пк = $8 \cdot 206265 = 1\,650\,120$ а.е., δ выражено в угловых секундах. Выполним расчет (**0,5 балла**):

$$\delta \approx 206265 \frac{10}{1\,650\,120} = 1,25''.$$

Чтобы можно было увидеть эти компоненты отдельно, разрешающая способность системы «телескоп-глаз» должна быть не больше, чем угловое расстояние между компонентами звезды, т.е. $\theta \leq \delta$ (**1 балл**).

Рассчитаем θ для каждого из телескопов. Увеличение определяется по формуле $\Gamma = F/f$, где F – фокусное расстояние объектива, f – фокусное расстояние окуляра (**0,5 балла**). При расчетах эти значения надо брать в одних и тех же единицах, мы будем считать в мм.

1) Для меньшей θ нужно большее увеличение Γ , поэтому нужно взять окуляр с меньшим фокусным расстоянием.

$$\Gamma = 500/6 = 83,3.$$

$$\theta^2 = \left(\frac{138''}{100}\right)^2 + \left(\frac{60''}{83,3}\right)^2 = 2,423'', \Rightarrow \theta = 1,56''.$$

Этот телескоп не подойдет Васе (**1 балл**).

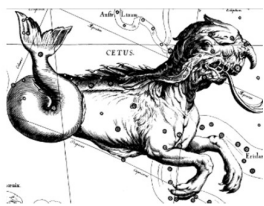
$$2) \Gamma = 600/5 = 120.$$

$$\theta^2 = \left(\frac{138''}{140}\right)^2 + \left(\frac{60''}{120}\right)^2 = 1,2216'', \Rightarrow \theta = 1,11''.$$

Этот телескоп сможет выполнить поставленную задачу (**1 балл**).

Альтернативный подход:

Возможно решение, при котором участник для каждого телескопа найдет отдельно θ_1 и θ_2 и будет сравнивать эти значения между собой (т.е., например, сравнивать θ_1 для разных телескопов). В таком случае также можно сделать вывод, что второй телескоп более подходящий, чем первый. Однако однозначно ответить на вопрос, точно ли во второй телескоп подходит, можно только при учете обоих факторов одновременно.



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

10 класс, 2024/2025 учебный год
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



При таком решении можно поставить **максимум 6 баллов** при наличии всех необходимых формул и расчетов, кроме формулы (*) и расчетов с ее использованием.

Задача 5. Звезда Барнарда (8 баллов).

Одна из ближайших к Солнечной системе звезд – звезда Барнарда – достаточно быстро перемещается по небесной сфере. Годичный параллакс звезды $0,547''$, собственное движение $10,35''$ в год, а при спектральном анализе ее излучения было обнаружено, что линия с длиной волны 600 нм смещена в фиолетовую сторону на $0,222$ нм. 1) Чему равна пространственная скорость звезды? 2) Под каким углом к лучу зрения она направлена? 3) Чему равно минимальное расстояние от звезды Барнарда до Солнца в процессе движения звезды? 4) Через какое время звезда окажется на минимальном расстоянии от Солнца? Считайте, что звезда Барнарда движется с постоянной пространственной скоростью.

Возможное решение:

Пространственная скорость звезды имеет две компоненты – тангенциальную и лучевую. Тангенциальная скорость определяется по формуле (**1 балл**):

$$v_t = 4,74 \frac{\mu}{\pi},$$

где $\mu = 10,35''$, $\pi = 0,547''$. Поэтому

$$v_t = 4,74 \frac{10,35''}{0,547''} = 89,7 \text{ км/с.}$$

Лучевая скорость звезды определяется по формуле (**1 балл**):

$$v_l = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda},$$

где $\Delta\lambda = 0,222$ нм, $\lambda = 600$ нм, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Так как линия смещена в фиолетовую сторону, то звезда к нам приближается. Вычислим:

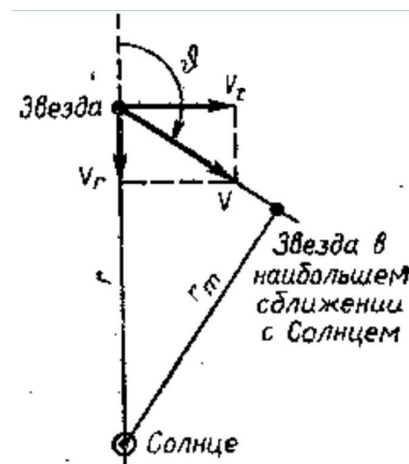
$$v_l = 3 \cdot 10^8 \frac{0,222}{600} = 111\,000 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 111 \text{ км/с.}$$

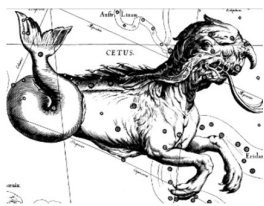
Определим по теореме Пифагора пространственную скорость звезды (**1 балл** за формулу + **1 балл** за верный численный ответ; промежуточные вычисления компонент скорости не обязательны):

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_l^2} = 142,7 \text{ км/с.}$$

Определим острый угол между лучом зрения и пространственной скоростью (**1 балл** – $0,5$ балла за формулу + $0,5$ балла за вычисление угла):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_t}{v_l} = 0,8081, \Rightarrow \alpha \approx 39^\circ.$$





**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

10 класс, 2024/2025 учебный год
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



В рассматриваемый момент звезда Барнарда находится на расстоянии $r = 1/\pi = 1,828$ пк (**1 балл**, вычисления не обязательны, участник может решить задачу в общем виде).

В момент наибольшего сближения скорость звезды будет направлена перпендикулярна лучу зрения (см. рисунок), поэтому $r_m = r \cdot \sin(\alpha) = 1,15$ пк.

Для того, чтобы оказаться на таком расстоянии от Солнца, звезда должна пройти расстояние (**1 балл**):

$$l = \sqrt{r^2 - r_m^2} = 1,42 \text{ пк} = 43,85 \cdot 10^{12} \text{ км.}$$

На это звезде потребуется (**1 балл**):

$$t = l/v = 30,73 \cdot 10^{10} \text{ с} = 9,7 \text{ тыс. лет.}$$

Указание: в случае ошибки в вычислениях при верной формуле за соответствующий пункт ставится половина баллов, если в разбалловке по пункту не указано иное.

Задача 6. Работа с картой (10 баллов).

Вам предоставлена карта звездного неба (см. следующую страницу), на которой обозначены Солнце, Венера, Марс и Юпитер. По данной карте определите:

- 1) Дату события.
- 2) Конфигурации, в которых находятся планеты.
- 3) Расстояние от Земли до Марса, Юпитера и Венеры.
- 4) Расстояние от Марса до Юпитера.

При необходимости этот лист с построениями и пометками **можно сдать вместе с работой.**

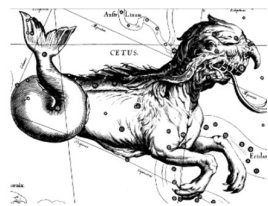
Возможное решение:

Заметим, что Солнце на карте находится около даты 21-22 декабря, т.е. рядом с Днем зимнего равноденствия (**1 балл**). Поэтому Солнце находится в этой точке.

Юпитер же тогда располагается в точке летнего солнцестояния, то есть находится в противостоянии относительно Земли. (**1 балл**)

Марс находится в точке весеннего равноденствия (**1 балл**). Так как при наблюдении с Северного полюса эклиптики прямое восхождение отсчитывается против часовой стрелки, то мы можем определить, что Марс находится в восточной квадратуре (по карте угол Марс-полюс мира-Солнце составляет 90 градусов). Это можно понять также из тех соображений, что Солнце придет в точку, где сейчас находится Марс, через четверть года. То есть Марс опережает Солнца и находится в восточной квадратуре (**2 балла**).

Венера расположена по другую сторону от Солнца, и угол Венера-полюс мира-Солнце составляет примерно 47 градусов, значит, Венера расположена в западной элонгации (**1 балл**).



**Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

10 класс, 2024/2025 учебный год

Длительность 3 часа.

Максимум 50 баллов.



Теперь, зная конфигурации планет, мы можем найти расстояния между ними. Большие полуоси планет обозначим как a , индексы планет Земли, Юпитера, Марса и Венеры обозначим, соответственно, как $з$, $ю$, $м$ и $в$.

Юпитер и Земля находятся на одной линии, поэтому расстояние между будет равно разности их больших полуосей (**1 балл**):

$$r_{ю} = a_{ю} - a_{з} = 4.2 \text{ а. е.}$$

Расстояние между Венерой и Землёй можем найти по теореме Пифагора, где гипотенуза – большая полуось Земли, а один из катетов – большая полуось Венеры (**1 балл**):

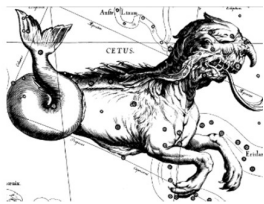
$$r_{в} = \sqrt{a_{з}^2 - a_{в}^2} = 0.7 \text{ а. е.}$$

Аналогично можем найти расстояние между Землёй и Марсом (гипотенуза - большая полуось Марса, катет - большая полуось Земли) (**1 балл**):

$$r_{м} = \sqrt{a_{м}^2 - a_{з}^2} = 1.14 \text{ а. е.}$$

Расстояние между Марсом и Юпитером можно найти из прямоугольного треугольника, где два катета это расстояние между Землей и Марсом (1.14 а.е.) и Землей и Юпитером (4.2 а.е.), а гипотенуза – искомая величина. Определим ее по теореме Пифагора (**1 балл**):

$$r_{мю} = \sqrt{r_{м}^2 + r_{ю}^2} = 4.35 \text{ а. е.}$$



Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
10 класс, 2024/2025 учебный год
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



ПОДВИЖНАЯ КАРТА ЗВЕЗДНОГО НЕБА

