Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
2024-2025 учебный год
АСТРОНОМИЯ
10 класс
Критерии оценивания

Выставление премиальных баллов сверх максимальной оценки за задание не допускается.

Задание №1

Первая звезда находится южнее небесного экватора, вторая звезда – севернее, при этом удаления от экватора невелики. Для наблюдателя в умеренных широтах Северного полушария это означает, что первая звезда находится над горизонтом меньше, чем вторая. С учетом одновременности восхода, первая звезда зайдет раньше.

Вывод о том, что чем меньше склонение, тем меньше время нахождения объекта над горизонтом – 4 балла.

Формулировка ответа – 4 балла.

Итого за задание 8 баллов.

Задание №2

Пусть r — радиус орбиты астероида, выраженный в астрономических единицах. Тогда радиус орбиты Земли равен 1. Поскольку астероид может находиться в нижнем соединении (и в максимальной элонгации), то это означает, что он находится ближе к Солнцу, чем Земля, т.е. $r < 1$.

Расстояние в момент нижнего соединения равно $1 - r$, расстояние в максимальной элонгации выражается из теоремы Пифагора как $\sqrt{1 - r^2}$. Поскольку отношение расстояний равно 3, то

$$\frac{\sqrt{1 - r^2}}{1 - r} = 3$$

или

$$\sqrt{\frac{1 + r}{1 - r}} = 3.$$

Возводя в квадрат и решая получившееся уравнение, находим $r = 0.8$ а.е.

Вывод о том, что астероид ближе к Солнцу, чем Земля – 2 балла.

Запись расстояний в нижнем соединении и в максимальной элонгации – по 2 балла за каждое.

Числовой ответ – 2 балла.

Итого за задание 8 баллов.

Задание №3

На первоначальной круговой орбите скорость равна $V_1 = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}}$, а на новой орбите

$$V_2 = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r + \Delta r}}.$$

Обозначим изменение скорости как ΔV, тогда

$$\Delta V = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}} - \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r + \Delta r}}.$$

Преобразуя выражение справа, получаем

$$\Delta V = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right),$$

откуда

$$r = \frac{GM_\oplus}{(\Delta V)^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right)^2.$$

Вычислить результат можно как непосредственной подстановкой числовых данных, так и учитывая, что круговая (первая космическая) скорость v_0 на поверхности Земли равна примерно 8 км/с, поэтому радиус Земли выражается как

$$R_\oplus = \frac{GM_\oplus}{v_0^2},$$

и ответ задачи можно записать в форме

$$\frac{r}{R_\oplus} = \frac{v_0^2}{(\Delta V)^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Delta r}{r}}}\right)^2.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$\frac{r}{R_\oplus} = \frac{8^2}{1^2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + 0.5}}\right)^2 \approx 2.2.$$

Таким образом, поскольку радиус Земли $6.4 \cdot 10^3$ км, то радиус первоначальной орбиты — это $6.4 \cdot 2.2 \approx 14$ тысяч км.

Запись выражения для круговой скорости – 2 балла.

Получение формульного выражения для радиуса – 2 балла.

Знание необходимых констант (гравитационной постоянной и массы Земли или первой космической скорости и радиуса Земли) – 2 балла (по одному баллу за каждую константу).

Вычисление итогового отчета – 2 балла.

Если участник дает правильный ответ, выраженный в радиусах Земли, ему засчитываетя 1 балл, и 1 балл за «знание» радиуса Земли, числовое значение которого в этом случае в решении не требуется.

Итого за работу 8 баллов

Задание №4

Максимальное падение блеска произойдёт в тот момент, когда все три планеты окажутся на диске звезды, но не будут перекрывать друг друга. Поток от звезды I пропорционален видимой площади звезды S, следовательно,

$$I_0 \sim S = \pi R^2, \qquad I \sim S - S_1 - S_2 - S_3,$$

где I_0 – поток от звезды вне минимумов блеска, $S_1 = \pi R_1^2$, $S_2 = \pi R_2^2$ и $S_3 = \pi R_3^2$. Поделив второе уравнение на первое, получим

$$\frac{I}{I_\odot} = \frac{R^2 - R_1^2 - R_2^2 - R_3^2}{R^2} = \frac{4R_\odot^2 - 4R_{\text{ю}}^2 - 1.96R_{\text{ю}}^2 - 1.25R_{\text{н}}^2}{4R_\odot^2} = 0.984.$$

Чтобы найти падение блеска в звёздных величинах, воспользуемся формулой Погсона:

$$\Delta m = -2.5\lg\frac{I}{I_\odot} = 0.018.$$

1. Максимальное падение блеска, когда все три планеты окажутся на диске звезды (это может быть просто видно из решения) – 2 балла.

2. Поток от звезды пропорционален площади – 1 балл.

3. Поток при максимальном падении блеска пропорционален $S_\odot - S_1 - S_2 - S_3$ – 1 балл.

4. Нахождение $I / I_\odot = 0.984$ (может быть не посчитано численно, но иметь правильную формулу) – 1 балл.

5. Правильная запись формулы Погсона для этой задачи – 1 балл.

6. Полученное падение блеска в звёздных величинах – 2 балла.

Итого за задание – 8 баллов.

Задание №5

На первом этапе задачи определим угловой размер Марса в противостоянии. Воспользуемся формулой углового размера:

$$\rho'' = \frac{206265 \cdot D}{r_0} = 24.6''.$$

Теперь определим линейный размер изображения Марса в фокальной плоскости

$$x = F \cdot \rho.$$

Здесь ρ – должно быть подставлено в радианах. Подставляем значения и получаем

$$x = F \cdot \rho = 1000\text{мм} \cdot \frac{24.6}{206265} = 0.1193\text{мм} = 119.3\text{мкм}.$$

Согласно условию, один пиксель имеет размер 5 мкм. Тогда линейный диаметр изображения Марса составит $d = 119.3 / 5 \approx 23.9$ пикселя. Поскольку Марс в противостоянии, то его фаза равна 1, и на изображении будет виден весь диск Марса. Марс при этом займёт

$$N_{\text{px}} = \pi \cdot (d/2)^2 = 447\text{пикселей}.$$

К такому же ответу можно прийти, если сначала вычислить площадь изображения Марса в микрометрах, а затем разделить на площадь одного пикселя – 25 мкм^2.

Теперь определим число фотонов, пришедшее на 1 пиксель за время экспозиции. Марс во время великих противостояний имеет видимую звёздную величину -2.9^{m}. Определим количество фотонов, приходящих от Марса за время экспозиции:

$$N = N_0 \cdot \Delta t \cdot S \cdot 10^{-0.4(m-m_0)},$$

где Δt – это выдержка фотографии, показывающая, сколько времени открыт затвор. Количество фотонов линейно растёт с увеличением выдержки. S – площадь объектива телескопа, N_0 – число фотонов, приходящих от звезды 0^{m}, а множитель $10^{-0.4(m-m_0)}$ показывает, насколько больше освещённость от объекта, чем от звезды нулевой звёздной величины.

Будем использовать предположение, что все фотоны имеют одинаковую энергию. Тогда соотношение освещённостей равно отношению числа фотонов. Вычислим общее число фотонов, которые придут на ПЗС камеру:

$$N = 10^6 \cdot \frac{1}{200} \cdot \frac{\pi 20^2}{4} \cdot 10^{-0.4(-2.9-0)} = 22.7 \cdot 10^6.$$

Для определения числа фотонов в одном пикселе разделим общее число фотонов на число пикселей:

$$N_1 = \frac{22.7 \cdot 10^6}{447} = 50.8 \cdot 10^3.$$

1. Определение углового размера Марса – 1 балл.

2. Определение числа пикселей ПЗС, в которых будет изображение Марса. Первый балл ставится за определение линейного размера изображения через фокусное расстояние. Второй балл за масштаб изображения в пикселях. Третий балл за определение площади Марса в пикселях. Если участник неверно нашел угловой размер Марса или перепутал радиус с диаметром, тогда он получает не более 1 балла, если получил диаметр изображения Марса правильно для своего значения углового размера. Участник может считать целое число пикселей, освещаемых Марсом. Так диаметр Марса может попадать

на 24, а может и на 25 пикселей. Это несколько меняет итоговый ответ, но ошибкой не является – 3 балла.

3. Определение общего числа фотонов. 1 балл ставится за правильное использование формулы Погсона (возможно с результатом, что Марс ярче звезды 0m в 14.45 раза). Второй балл – за запись выражения для полного числа фотонов в общем виде. 3-й балл за корректный численный подсчёт. Возможно, что участник делает все вычисления в конце. Тогда этот балл выставляется только при правильном конечном ответе – 3 балла.

4. Определение числа фотонов, оказавшихся в одном пикселе. Данный балл выставляется только при правильном численном ответе в отсутствие ошибок на предыдущих этапах – 1 балл.

Итого за задание – 8 баллов.

Задание №6

Объём шара можно вычислить по формуле $V_ш = 4/3\,\pi R^3$. Объём оболочки – это объём пространства, заключённый между двумя сферами с единым центром и радиусами, равными внутреннему (R_i) и внешнему ($R_o = R_i + \Delta R$) радиусам оболочки. Можно вычислить объём оболочки как

$$V = \frac{4}{3}\pi[(R_i + \Delta R)^3 - R_i^3].$$

Поскольку $R_i \gg \Delta R$, то последнюю формулу можно упростить. Раскроем куб суммы:

$$V = \frac{4}{3}\pi(R_i^3 + 3R_i^2\Delta R + 3R_i\Delta R^2 + \Delta R^3 - R_i^3).$$

Здесь R_i^3 сокращается, а из оставшихся членов тот, который содержит R_i^2, заведомо больше остальных. Таким образом, получаем удобную формулу для вычисления объёма оболочки, чья толщина гораздо меньше радиуса:

$$V = 4\pi R_i^2 \Delta R.$$

Толщина оболочки в астрономических единицах равна

$$\Delta R = 15 \cdot 10^6 / 150 \cdot 10^6 = 0{,}1 \text{а. е.}$$

Подставляем значения:

$$V = 4\pi(2\text{а. е.})^2 0{,}1\text{а. е.} \approx 5\text{а. е.}^3$$

Для ответа на второй вопрос выразим найденный объём в кубических метрах:

$$V = 5 \cdot (150000000000)^3 \approx 1{,}69 \cdot 10^{34} \text{ м}^3.$$

При концентрации пыли $n = 1$ м$^{-3}$ число пылинок численно совпадает с

$$N = nV = 1{,}7 \cdot 10^{34} \text{ шт.}$$

Каждая пылинка имеет объём

$$V_n = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 0{,}0000001^3 \approx 4{,}19 \cdot 10^{-21} \text{ м}^3.$$

Значит, суммарный объём всех пылинок составляет

$$V_n N = 7{,}08 \cdot 10^{13} \text{ м}^3.$$

Объём астероида радиусом a = 10 000 м равен

$$V_a = \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{4}{3}\pi 10000^3 = 4{,}19 \cdot 10^{12} \text{ м}^3.$$

Теперь можно получить ответ:

$$N_a = \frac{V_n N}{V_a} \approx 17 \text{ шт.}$$

1. Дан верный ответ на первый вопрос в интервале 5 - 5,3 – 4 балла.
2. Дан верный ответ на второй вопрос в интервале 16 - 18 без правильного округления - 4 балла.

Итого за задание – 8 баллов