ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
по АСТРОНОМИИ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
2024-2025 учебный год

10 классы

Решения и критерии оценивания

Максимальное количество баллов -33 балла.

Задача 1

Где нужно искать на небе Сириус ($\alpha = 6^h41^m$) 20 марта через час после захода Солнца, если наблюдатель находится в средних широтах северного полушария?

Решение

20 марта – день весеннего равноденствия. Прямое восхождение Солнца в этот момент близко к 0^h, а само оно находится почти точно на небесном экваторе. Поскольку отсчет прямых восхождений производится в сторону, противоположную суточному вращению небесной сферы (с запада на восток), то Сириус, раз его склонение больше, находится к востоку от Солнца.

6^h41^m – это чуть больше четверти окружности. Так как по условию задачи Солнце час назад погрузилось под горизонт, то оно находится почти на западе, лишь слегка сместившись (под горизонтом) к северу. А Сириус – на четверть окружности к востоку, т.е. почти на небесном меридиане.

Таким образом, Сириус следует искать вблизи верхней кульминацией над точной юга.

Оценка

Знание, что 20 марта – весеннего равноденствия	1
Знание прямого восхождения Солнца в день весеннего равноденствия	1
Понимание, что Сириус находится примерно на четверть окружности к востоку	1
Окончательный вывод о расположении звезды	1
Итого	**4**

Задача 2

Какова должна быть масса Земли, чтобы Луна обращалась вокруг неё на том же расстоянии, но с вдвое меньшим периодом?

Решение

Масса, расстояние и период обращения связаны обобщенным третьим законом Кеплера. Запишем его для двух систем: Земля с Луной в их нынешнем виде (индекс 1), и в том, который требуется условиями задачи (индекс 2):

$$\frac{T_1^2(M_1+m)}{T_2^2(M_2+m)}=\frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Здесь m – масса Луны, которая не меняется. Согласно условию

$$a_1=a_2, \qquad T_2=\frac{T_1}{2}.$$

Подстановка этих соотношений в закон Кеплера дает:

$$\frac{M_1+m}{M_2+m}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}.$$

Отсюда нетрудно выразить M_2

$$M_2=4(M_1+m)-m=4M_1+3m.$$

$$\frac{M_2}{M_1}=4+3\frac{m}{M_1}.$$

Поскольку $\frac{m}{M_1}=\frac{1}{81,3}$, то итоговый ответ

$$\frac{M_2}{M_1}=4+3\frac{1}{81,3}=4,037.$$

Оценка

Задача требует применения третьего закона Кеплера в том или ином виде. Можно, например, использовать абсолютную форму

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G},$$

но это приведет к более громоздким вычислениям.

Ответ допускается давать как в относительно форме («увеличится в 4,037 раз»), так и в абсолютной – в кг.

При оценке 2 балла дается за понимание необходимости использования третьего закона Кеплера и его правильную запись. 2 балла за подстановку правильных значений в формулу этого закона. Получение численного результата (в абсолютной или относительной форме) – еще 1 балл. **Итого - 5 баллов.**

Отношение массы Луны к массе Земли широко известно, участник может просто знать его. А может вычислить по данным справочной таблицы.

Если участник пренебрег массой Луны и округлил итоговое решение до 4, оценку следует снизить на 1 балл.

Задачу можно также решить, считая орбиту Луны круговой и применяя известные из физики формулы для кругового движения. Такое решение нельзя считать в полной мере правильным, поскольку известно, что орбита Луны существенно эллиптичная, а в условии не сказано, что её можно принять за круговую. Решение в предположении круговой орбиты оценивается максимум в 3 балла.

Задача 3

В феврале 2004 года было 5 воскресений. Когда такое случится (или случилось) в следующий раз?

Решение

Поскольку обычно в феврале 28 дней, т.е. 4 недели, в нем не может быть более 4 воскресений. Значит, 5 воскресений может быть только в високосном году. Более того, нужно, чтобы 1 февраля было воскресенье, тогда воскресными днями будут 1,8,15,22 и 29 февраля.

Выясним, какой день будет 1 февраля в следующий високосный год, если в нынешнем это – воскресенье. До 1 февраля следующего года пройдет 366 дней (включая 29 февраля нынешнего). А в три последующих – по 365. Всего 1461. Это количество дней содержит 208 полных недель и еще 5 дней ($1461 = 7 \cdot 208 + 5$). Стало быть, 1 февраля сместиться на пятницу. Чтобы это число вновь попало на воскресенье, нужно подождать 7 раз по 1461 дню, т.е. 7 раз по 4 года – 28 лет. Тогда число прошедших дней будет делиться на 7, т.е. содержать целое число недель.

Ответ: 2032 год.

<u>Оценка</u>

В первую очередь нужно понять, что такое возможно лишь в високосном году, в котором 1 февраля – воскресенье. Это оценивается в 2 балла. 3 балла дается за вычисление минимального периода (28 лет), через который повторится указанная конфигурация. **Итого - 5 баллов.**

<u>Задача 4</u>

Можно ли увидеть Юпитер на его среднем расстоянии от Солнца с Сириуса при визуальных наблюдениях в телескоп диаметром 1 м? Расстояние до Сириуса 8,60 св. года. Вопрос о видимой яркости Юпитера в этой задаче не рассматривать.

<u>Решение</u>

Поскольку вопрос о яркости планеты не стоит, то единственное, что сможет помешать различить Юпитер – это недостаток разрешающей способности телескопа. Определим сначала максимальное угловое расстояние Юпитера от Солнца, видимое с Сириуса. Расстояние до Сириуса 8,60 св. года, что составляет $\frac{8,60}{3,26} = 2,64$ пк. По определению парсека, радиус земной орбиты – 1 а.е. – будет виден с такого расстояния под углом $\frac{1}{2,64} = 0,379''$. Но радиус Юпитера составляет 5,2 а.е., поэтому на максимальном удалении от Солнца его угловое расстояние составит $0,379 \cdot 5,2 = 1,97''$.

Надо сравнить эту величину с разрешающей способностью телескопа. Общая формула для разрешающей способности выглядит так:

$$\alpha = 1,22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D},$$

где λ – длина волны, D – диаметр объектива. Поскольку в условиях задачи речь идет о визуальных наблюдениях, примем $\lambda = 550$ (нм) $= 5,50 \cdot 10^{-7}$(м). Диаметр же объектива по условию задачи $D = 1$ (м). Поэтому

$$\alpha = 1,22 \cdot \frac{206265'' \cdot 5,50 \cdot 10^{-7}}{1} = 0,138''.$$

Таким образом, разрешающей способности телескопа достаточно, чтобы различить Юпитер.

Оценка

Суть решения – найти угловое расстояние Юпитера от Солнца и сравнить с разрешением телескопа. Первая часть требует знания понятий «парсек», «световой год», «параллакс». Численное соотношение между ними есть в справочных материалах. За вычисление углового расстояния Юпитера от Солнца начисляется 2 балла.

Следующий этап – расчет разрешающей способности. Тут возможны варианты. Участник не обязан пользоваться приведенной в решении формулой. Широко известна, например, такая формула

$$\alpha = \frac{140''}{D},$$

в которой диаметр объектива должен быть выражен в мм. Собственно, это прямое следствие базовой формулы из решения. Так же необязательно требоваться длину волны именно 550 нм. 500 тоже вполне подходящая для человеческого зрения величина.

За правильное вычисление разрешающей способности – 2 балла.

Еще один балл дается за верный вывод из полученных значений.

Итого - 5 баллов.

Задача 5

Цефеида δ Сер имеет период 5,15 суток и среднюю видимую звездную величину 4,07. Определите расстояние до этой звезды.

Решение

Для цефеид известна зависимость период-светимость, представленная на графике в справочных материалах. Определим сначала логарифм периода:

$$\lg P = \lg 5{,}15 = 0{,}712.$$

По графику, или приведенной на нем формуле найдем абсолютную звездную величину:

$$M = -1{,}25 - 3{,}00 \cdot \lg 5{,}15 = -3{,}395.$$

Теперь воспользуемся известной связью между абсолютной и видимой величинами и расстоянием:

$$M = m + 5 - 5\lg D,$$

откуда

$$\lg D = 0{,}2(m + 5 - M) = 0{,}2\big(4{,}07 + 5 - (-3{,}395)\big) = 2{,}493,$$

$$D = 10^{2{,}493} = 311 \approx 300 \text{ (пк)}.$$

Оценка

Определение по графику или формуле абсолютной звездной величины этой цефеиды оценивается в 2 балла. Знание или вывод формулы, связывающей звездные величины и расстояние – 3 балла. Вычисление правильного результата – 1 балл. **Итого - 6 баллов.**

Задача 6

Масса звезды равна 0,5 солнечной, температура поверхности 17100 К, звездная величина 8,2, параллакс 0,199″. Найдите радиус звезды. Определите, к какому типу относится эта звезда: нормальный, белый карлик или нейтронная.

Решение

В условии задачи приведены характеристики излучения звезды. Связь между радиусом и светимостью дается законом Стефана-Больцмана (в предположении, что излучение звезды подобно излучению абсолютно черного тела):

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

в котором T – температура, R – радиус звезды, L – её светимость, а σ – постоянная Стефана.

Отсюда выражается радиус:

$$R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}}.$$

С другой стороны, светимость можно найти через абсолютную звездную величину:

$$L = 2{,}512^{5-M}$$

Надо помнить, однако, что в этой формуле светимость выражена не в ваттах, а в светимостях Солнца, которую можно найти в справочных материалах.

Наконец, последнюю неизвестную – абсолютную звездную величину звезды M можно вычислить по видимой и расстоянию:

$$M = m + 5 + 5\lg p.$$

Все формулы написаны, приступаем к вычислениям.

$$M = 8{,}2 + 5 + 5\lg 0{,}199 = 9{,}7.$$

$$L = 2{,}512^{5-9{,}7} = 0{,}013.$$

Переводим эту величину в ватты, умножив на светимость Солнца:

$$L = 0{,}013 \cdot 3{,}8 \cdot 10^{26} = 5 \cdot 10^{24}\ (\text{Вт}).$$

Наконец, находим радиус:

$$R = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (1{,}71 \cdot 10^4)^4}} = 9 \cdot 10^6\ (\text{м}).$$

Получается, что радиус нашей звезды – около 9000 км, что характерно для белых карликов.

Тип звезды можно определить независимо от радиуса из иных соображений. Так, по условию температура звезды 171000 К. Такая температура может быть у нормальной звезды, но это должна быть звезда-гигант, существенно больше Солнца по массе, что не согласуется с другим условием. Так же отбрасываем вариант с нейтронной звездой, потому что она столь мала, что не может быть вообще видна в оптический телескоп сама по себе (мы наблюдаем только процессы в её окрестности).

Оценка

2 балла за выражение радиуса через закон излучения Стефана-Больцмана, 2 за определение светимости по абсолютной звездной величине, 2 балла за определение абсолютной величины по видимой и параллаксу, 1 балл за производство вычислений. Еще один балл дается за определение типа звезды (любым способом). **Итого – 8 баллов**.