ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

ПО АСТРОНОМИИ 2024 – 2025 уч. г.

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС.

КЛЮЧИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Время выполнения 180 мин. Максимальное кол-во баллов – 48.

ЗАДАЧА 1.

Для того чтобы оценить массу центрального тела запишем второй закон Ньютона для тела, которое движется по круговой орбите:

$\frac{mv^2}{R} = \frac{GmM}{R^2}$, справа записан закон всемирного тяготения, в котором M – масса центрального тела.

Из этого выражения:

$$M = \frac{v^2 R}{G}$$

Определим радиус траектории, считаем, что она круговая

$T = \frac{2\pi R}{v} \rightarrow R = \frac{vT}{2\pi}$, подставляем в выражение для массы:

$M = \frac{v^3 T}{2\pi G} = \frac{(4\cdot 10^6)^3 \cdot 2\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}{2\pi\cdot 6.67\cdot 10^{-11}} \approx 9.63\cdot 10^{36}\,кг \approx 4.8\cdot 10^6\,M_{Sun}$, что соответствует массе черной дыры в центре Млечного Пути

Критерии оценивания:

Записано выражение для движения тела по круговой орбите – **1 балл;**

Из периода определен радиус орбиты – **2 балла;**

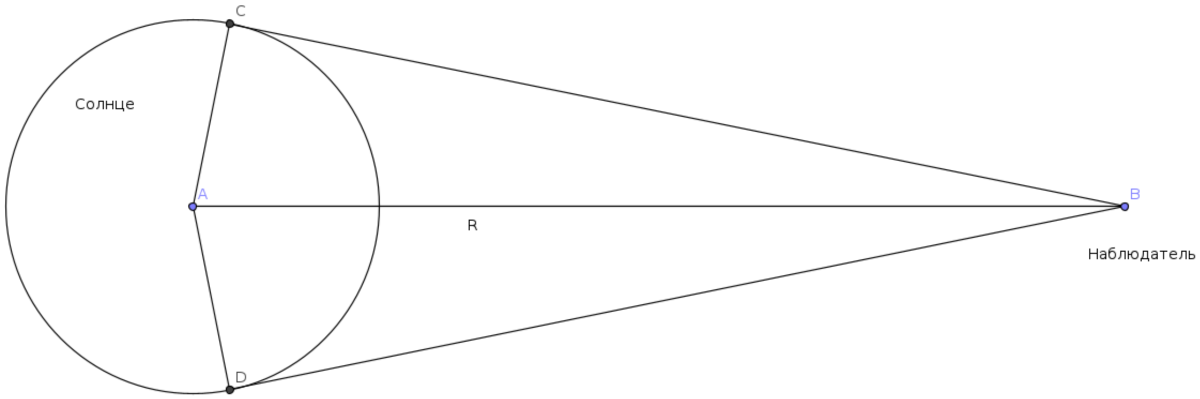
Получено конечное выражение для массы – **2 балла;**

Вычислено значение массы и определен объект **– 3 балла.**

В решение может не указываться, что это черная дыра, ответ засчитывать за верный в полном объеме.

ЗАДАЧА 2.

Определим расстояние от Солнца до точки наблюдения, из которой угловой размер Солнца будет 1 угловая минута. Рассмотрим чертеж:



В данной задаче угол CBD=α=1', Радиус Солнца AC=697000 км. Тогда

$sin\frac{\alpha}{2}=\frac{AC}{R}$, так как угол мал, то $sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\alpha}{2}$, тогда

$\frac{\alpha}{2}=\frac{AC}{R}$ откуда следует, что $R=\frac{2AC}{\alpha}$

Представим 1' в радианах, это составит 1'=$2{,}9\cdot 10^{-4}$

Подставляем в формулу и получаем

$R=4{,}8\cdot 10^{9}$км.

Переведем данное значение в астрономические единицы:

$R=32$а.е., что соответствует расстоянию от Солнца до Нептуна.

Критерии оценивания:

Представлен рисунок для определения углового размера Солнца (**2 балла**);
Определено расстояние от Солнца (**4 балла**);
Определена планета (**2 балла**).

ЗАДАЧА 3.

Ускорение свободного падения для Земли и Луны

$$g_{з}=\frac{G\ M_{з}}{R_{з}^{2}}$$

$$g_{л}=\frac{G\ M_{л}}{R_{л}^{2}}$$

Формула для вычисления периода математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Подставим в отношение периодов найденные значения:

$$\frac{T_з}{T_л} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_з}{g_з}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_л}{g_л}}} = \sqrt{\frac{l_з}{l_л}\frac{g_л}{g_з}} = \sqrt{\frac{l_з}{l_л}\cdot 81\cdot(0.27)^2} = 2.43\cdot\sqrt{\frac{l_з}{l_л}}$$

Для вычислений используем, что маятники оба секундные, тогда:

$$1 = \frac{l_з}{l_л}\cdot\left(\frac{1}{0.27}\right)^2\cdot\frac{1}{81}$$

Длина секундного маятника на Земле:

$$l_з = \frac{T_з^2}{4\pi^2}g_з = \frac{4\cdot 9.8}{4\pi^2} = 1 \text{ м}$$

$$l_л = l_з\cdot\left(\frac{1}{0.27}\right)^2\cdot\frac{1}{81} = 1\cdot\left(\frac{1}{0.27}\right)^2\cdot\frac{1}{81} = 0.169 \text{ м.}$$

Критерии оценивания:

Приведены формулы ускорения на Земле и на Луне (**1 балл**);
Приведена формула расчета периода колебаний математического маятника (**1 балл**);
Определена длина секундного маятника на Земле (**2 балла**);
Приведены расчеты по определению длины секундного маятника для Луны (**4 балла**).

ЗАДАЧА 4.

Воспользуемся формулой Погсона для определения звёздной величины m_2:
$m_2 - m_1 = -2.5\ lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right)$ из данного выражения выразим m_2.
Учтём, что освещённость, создаваемая планетой у поверхности Земли, подчиняется закону обратных квадратов:

$E_1 = \frac{I}{r_1^2}, \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$, где I – светимость объекта, r_1-расстояние до планеты

С другой стороны, угловой диаметр планеты определяется выражением:

$D_J'' = \frac{D_J}{2r}\cdot 206265''$, тогда $\left(\frac{D_{J1}''}{D_{J2}''}\right) = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)$ из этого следует $\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{D_{J1}''}{D_{J2}''}\right)^2$

В результате, звездная величина Юпитера к 3 декабря будет

$$m_2 = m_1 + 5lg\left(\frac{D_{J1}^{"}}{D_{J2}^{"}}\right) = -2.9^m + 5^m lg\left(\frac{49}{47}\right) = -2.81^m$$

Критерии оценивания:

Приведена формула Погсона (**2 балла**) через освещенности, либо записана формула через расстояния (**4 балла**):

Приведен переход от освещенности к расстояниям (**2 балла**);

Приведен переход от расстояний к угловым размерам (**2 балла**);

Вычислена звездная величина (**2 балла**).

ЗАДАЧА 5.

Пренебрежем расстоянием между Землей и Солнцем, так как 1 а.е. гораздо меньше 5,15 пк. Будем считать, что наблюдатель находится на Солнце. Найдем расстояние между Вегой и Альтаиром по теореме косинусов.

r = $\sqrt{25^2 + 17^2 - 2 \cdot 25 \cdot 17 \cdot \cos 34{,}19^{\circ}}$ = 14.52 св. г = 4,45 пк

Посчитаем звездную величину одной из звезд по формуле Погсона:

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{-0{,}4(m_1 - m_2)},$$

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log\frac{E_1}{E_2} = -2.5 \log\frac{r_2^2}{r_1^2} = 5 \log\frac{r_1}{r_2}$$

Здесь использовалось, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Тогда итоговая формула:

$$m_1 = m_2 + 5 \log\frac{r_1}{r_2}$$

Подставляем значения и находим звездную величину Веги из окрестностей Альтаира:

$$m_B = 0.03 + 5 \log\frac{14{,}52}{25} = -1.15^m$$

Аналогично найдем звездную величину Альтаир из окрестностей Веги:

$$m_A = 0.77 + 5 \log\frac{14{,}52}{17} = 0.43^m$$

Критерии оценивания:

Определение расстояния между звездами – **3 балла ;**
Вывод общей формулы для звездной величины – **3 балла ;**
Определение звездных величин с точностью до 0.1 ^{m} - **2 балла:**
для Веги **– 1 балл**
для Альтаира - **1 балл.**

ЗАДАЧА 6.

А) Большая Медведица, латинское название Ursa Major, α Б.Медведицы (α UMa) – Дубхе, звездная величина 1,79 m/1,8 m; (**4 балла**);

Б) Большая Медведица – незаходящее созвездие и наблюдается круглый год (**2 балла**);

В) Для Большой Медведицы - оптически двойная звезда Мицар – Алькор (**2 балла**).