Районный этап всероссийской олимпиады школьников по астрономии в 2024/2025 учебном году в Санкт-Петербурге

10 класс, критерии оценивания

1. В одном известном школьном учебнике астрономии написано, что в начале января угловой диаметр Солнца максимален и составляет около $32°5'$. Считая, что при этом Солнце находится на расстоянии 1 а.е. от Земли, оцените радиус (в километрах), который имело бы такое Солнце.

Решение:

Можно заметить, что в учебнике опечатка — градусы перепутаны с минутами (а минуты с секундами). Тем самым угловые размеры Солнца завышены в 60 раз, а это означает, что и радиус такого Солнца должен быть в 60 раз больше настоящего. Тогда он равен примерно $7 \cdot 10^5 \times 60 \approx 4 \ \cdot 10^7$ км.

Другой возможный вариант: учесть, что отношение радиуса Солнца к расстоянию до него равно тангенсу половины углового размера Солнца. Тогда

$$R = 1.5 \cdot 10^8 \text{ км} \cdot \operatorname{tg} 16° \approx 4 \ \cdot 10^7 \text{ км}.$$

Комментарии к оцениванию:

Знание правильного углового размера Солнца или расстояния от Земли до Солнца — 3 балла. Вычисление результата — 5 баллов (если результат получен не в километрах, за этот этап выставляется максимум 3 балла).

2. На небе Земли некоторый астероид на круговой орбите, лежащей в плоскости эклиптики, отходит от Солнца на угловое расстояние, не превышающее $70°$. Определите период обращения этого астероида вокруг Солнца.

Решение:

Поскольку астероид удаляется от Солнца не более, чем на $70°$, он находится на внутренней орбите, то есть он ближе к Солнцу, чем Земля. В момент максимальной элонгации (когда угловое расстояние между Солнцем и астероидом максимально) луч зрения наблюдателя проходит по касательной к орбите астероида, поэтому можно написать соотношение

$$\sin\varphi = \frac{a}{a_\oplus} \quad a = a_\oplus \sin\varphi = a_\oplus \sin 70° = 0.94 \text{ а.е.},$$

где a — радиус орбиты астероида, $a_\oplus$ — радиус орбиты Земли, равный 1 а.е.

Период обращения вычислим из III закона Кеплера в системе единиц «год – а.е.»:

$$T^2 = a^3, \quad T = \sqrt{0.94^3} = 0.91 \text{ года}.$$

Комментарии к оцениванию:

Вычисление максимальной элонгации — 4 балла. Вычисление периода — 4 балла.

3. α Центавра имеет лучевую скорость, равную -22 км/с, ее собственное движение $3''.6$/год. Расстояние до звезды от Солнца сейчас составляет 1.3 пк. Определите, на какое минимальное расстояние в будущем приблизится α Центавра к Солнечной системе.

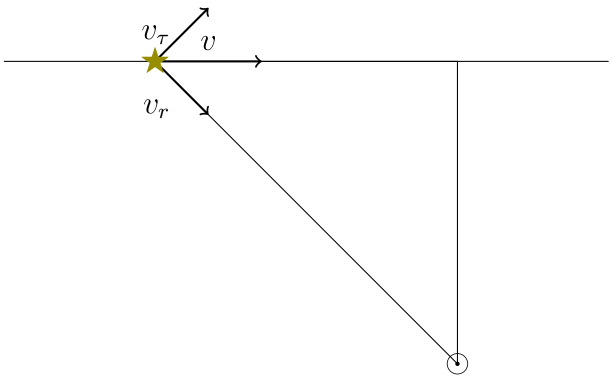
Решение:

Вычислим тангенциальную скорость звезды:

$$v_\tau = \mu r = 3.6 \cdot 1.3 \cdot 4.74 \approx 22\,\text{км/с},$$

тут μ — собственное движение в угловых секундах в год, r — расстояние в парсеках, 4.74 — пересчетный коэффициент, позволяющий перевести скорость из а.е./год (в этих единицах она получится при использовании указанных ранее единиц собственного движения и расстояния) в км/с.

Обнаруживаем, что лучевая и тангенциальная скорости звезды по модулю совпадают, а это означает, что звезда движется под углом 45° к лучу зрения.



Тогда минимальное расстояние — это длина стороны квадрата, диагональ которого равна современному расстоянию. Тем самым оно будет равно современному, деленному на $\sqrt{2}$, и окажется равным $1.3/\sqrt{2} \approx 0.92$ пк.

Комментарии к оцениванию:

Вычисление тангенциальной скорости звезды в каких-либо единицах — 3 балла. Перевод ее в км/с (или лучевой скорости в а.е./год, что также возможно) — 2 балла. Вычисление или формулировка из геометрических соображений итогового ответа — 3 балла (достаточно получить ответ с одной значащей цифрой).

4. Некоторое шаровое скопление состоит из звёзд, похожих на Солнце. Масса скопления составляет $2 \cdot 10^{36}$ кг. Определите расстояние до скопления, если его видимая звёздная величина равна 5^m.

Решение:

Масса Солнца $\mathfrak{M}_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг, и поскольку звезды скопления похожи на Солнце (в том числе и по массе), то скопление состоит из 10^6 звезд.

Абсолютная звёздная величина Солнца $M_\odot = 5^m$. Известно, что изменение звездной величины на 5^m соответствует изменению светимости в 100 раз. Соответственно, изменение в 10^6 раз соответствует изменению на 15^m. Отсюда мы получаем, что абсолютная звёздная величина скопления $M = -10^m$.

Известно, что $M = m + 5 \ - 5 \lg r$, где m – видимая звёздная величина скопления, а r — расстояние до него в парсеках. Отсюда получаем, что $-10 = 5 + 5 - 5 \lg r$ и $\lg r = 4$, т.е. расстояние до скопления $r = 10^4$ пк.

Комментарии к оцениванию:

Знание или оценка из каких-либо соображений (например, по величине 1 а.е. и продолжительности года) массы Солнца — 2 балла. Определение числа звезд в скоплении — 1 балл. Знание абсолютной звездной величины Солнца — 1 балл. Вычисление абсолютной звездной величины скопления — 2 балла. Определение расстояния до скопления — 2 балла.

5. Двойная звезда GQ Мухи имеет орбитальный период 1.4 часа и большую полуось 0.0027 а.е. Масса одного компонента составляет 10% массы Солнца. Определите массу второго компонента.

Решение:

Запишем третий закон Кеплера в системе единиц «а.е. — год — масса Солнца»:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2} \Rightarrow \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = \frac{a^3}{T^2} = \frac{0.0027^3}{(1.4/24/365)^2} = 0.77\mathfrak{M}_\odot.$$

Тогда масса второго компонента составит $0.77\,\mathfrak{M}_\odot - 0.10\,\mathfrak{M}_\odot = 0.67\,\mathfrak{M}_\odot$.

Комментарии к оцениванию:

Правильная запись обобщенного III закона Кеплера в любых единицах — 3 балла. Вычисление суммы масс компонент — 4 балла (разумные попытки сделать то же самое с переводом величин в систему СИ, не приведшие к численно правильной сумме масс — 1 балл). Итоговый правильный ответ — 1 балл.