

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Муниципальный этап

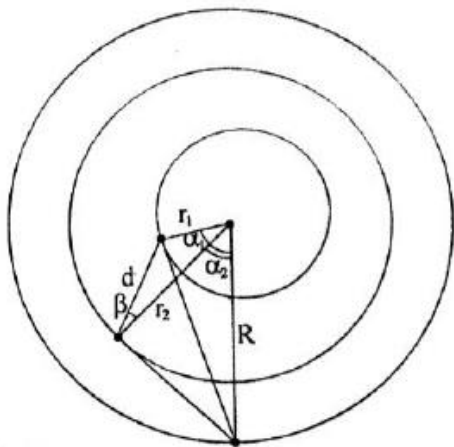
11-й класс

Время выполнения – 3 астрономических часа.

1. Обе внутренние для Земли планеты оказались в наибольшей восточной элонгации в одно время: Меркурий – в 19° , Венера – в 46° . В это же время Меркурий находился вблизи точки перигелия своей орбиты. Вычислите расстояние между Меркурием и Венерой в этот день. Орбиты Венеры и Земли считать окружностями. Наклонением орбит планет к плоскости эклиптики пренебречь.

Возможное решение

Орбита Венеры практически круглая, и её наибольшая элонгация наступает, когда угол с вершиной в Венере между направлениями на Солнце и Землю составляет 90° . Для Меркурия, чья орбита сильно вытянута, такое выполняется, только если наибольшая элонгация наступает вблизи его перигелия или афелия. Выполним рисунок (2 балла).



Расстояния Меркурия и Венеры от Солнца можно вычислить, зная их угол элонгации (2 балла):

Меркурий $r_1 = R \sin 19^\circ = 0,326 \text{ а.е.},$

Венера $r_2 = R \sin 46^\circ = 0,719 \text{ а.е.},$ где $R = 1 \text{ а.е.}$

Разности гелиоцентрических долгот Земли и Меркурия (Венеры) $\alpha_1(\alpha_2)$:

$\alpha_1 = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ,$

$\alpha_2 = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$ (2 балла).

Расстояние между Меркурием и Венерой найдём, используя теорему косинусов: $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$, откуда $d = 0,453 \text{ а.е.}$ (2 балла).

2. Предположим, что Солнечная система влетела в шаровое звёздное скопление радиусом 20 пк, состоящее из 500 000 звёзд. Сколько звёзд в небе

Земли будут иметь годичный параллакс больше $0,5''$? Считать, что концентрация звёзд в скоплении одинаковая в любой точке.

Возможное решение

Первое, что необходимо сделать, вычислить концентрацию звёзд в шаровом скоплении на 1 пк^3 :

$$n = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^5}{4 \cdot \pi \cdot 20^3} = 15 \text{ звезд на пк}^3 \text{ (2 балла)}.$$

Параллакс больше $0,5''$ значит, что звёзды находятся ближе, чем расстояние, соответствующее этому параллаксу. Расстояние, ему соответствующее, $1/0,5 = 2 \text{ пк}$, обозначим $r = 2 \text{ пк}$ (3 балла).

Учитывая равномерное распределение звёзд $n = \frac{N_3}{\frac{4}{3}\pi r^3}$, откуда количество звёзд на небе $N_3 = 15 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = 500$ (3 балла).

3. Геостационарный спутник запущен на круговую орбиту и всё время находится над одной и той же точкой Земли. Найти высоту h спутника над земной поверхностью. Масса Земли M и её радиус R известны.

Возможное решение

Нахождение спутника над одной и той же точкой Земли свидетельствует о том, что период вращения спутника по орбите равен периоду суточного вращения Земли $T = 24 \text{ ч}$, поэтому период вращения спутника нам известен (2 балла).

По второму закону Ньютона сила тяготения к Земле равна произведению массы этого тела на его центростремительное ускорение $a_{\text{ц}}$.

Запишем второй закон Ньютона $F_{\text{тяг}} = ma_{\text{ц}}$, где по закону всемирного тяготения $F_{\text{тяг}} = G \frac{mM}{(R+h)^2}$ m – масса тела, M – масса Земли, R – радиус Земли, h – высота над земной поверхностью, G – гравитационная постоянная.

Заменим $F_{\text{тяг}}$ во втором законе Ньютона по закону всемирного тяготения на $G \frac{mM}{(R+h)^2} = ma_{\text{ц}}$, после сокращения получаем формулу для расчёта

$$\text{модуля ускорения } a_{\text{ц}} = G \frac{M}{(R+h)^2}.$$

Центростремительное ускорение может быть найдено по формуле $a_{\text{ц}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$, где $r = R + h$ – радиус орбиты спутника. После подстановки

получаем:
$$\frac{4\pi^2(R+h)}{T^2} = G \frac{M}{(R+h)^2}, \quad \text{откуда} \quad R+h = \sqrt[3]{\frac{GM T^2}{4\pi^2}}.$$

Следовательно:
$$h = \sqrt[3]{\frac{GM T^2}{4\pi^2}} - R \quad (4 \text{ балла}).$$

Получим $h \approx 35900$ км (2 балла).

4. 12 апреля 2018 года был четверг, а в 2017 году – среда, как и в день полёта Юрия Гагарина. Через сколько лет 12 апреля снова совпадёт со средой? А какой день недели будет в знаменательные 100 и 200-летние годовщины полёта первого космонавта?

Возможное решение

1. 2018, 2019 годы – не високосные, то есть состоят из 365 дней. Остаток от деления 365 на 7 равен 1. То есть в не високосные годы день недели смещается на один. В 2018 году 12 апреля будет четверг, в 2019 – пятница.

2020 год – високосный, и остаток деления количества дней в году равен двум, то есть день недели сместится на два. 12 апреля 2020 года – воскресенье.

Таким образом, в следующий раз 12 апреля был в среду через 6 лет, в 2023 году (4 балла за правильные рассуждения и ответ).

2. 100-летняя годовщина – 2061 г., между 2017 и 2061 годами 44 года, из которых 11 високосных и 33 не високосных, то есть смещение в днях недели составит $11 \cdot 2 + 33 = 55$ дней недели, остаток от деления на 7 равен 6, то есть днём недели будет день, предшествующий среде, то есть вторник (2 балла за правильные рассуждения и ответ).

3. 200-летняя годовщина – 2161 год, между 2017 и 2161 годами 144 года, но 2100 год не является високосным, так как в григорианском календаре года, делящиеся на 100, но не делящиеся на 400, не являются високосными. То есть високосных лет за это время будет не 36, а 35, а не високосных – 109. Смещение дня недели с 2017 г. равно $35 \cdot 2 + 109 = 179$. Остаток от деления на 7 равен 4. Ответ: день недели воскресенье (2 балла за правильные рассуждения и ответ).

5. На какое расстояние необходимо удалиться от Солнца, чтобы его видимая звёздная величина стала на 16,8 звёздных величин больше по сравнению с той видимой звёздной величиной Солнца, что наблюдается с Земли?

Возможное решение

Видимая звёздная величина Солнца на Земле $m_1 = -26,8^m$, а среднее расстояние между Землей и Солнцем – 150 млн километров или 1 а.е.

Нам требуется определить, с какого расстояния видимая звёздная величина Солнца составит $m_2 = m_1 + 16,8^m = -10^m$ (2 балла).

Используя формулу Погсона, сравним видимую звёздную величину с искомой и учтём, что блеск обратно пропорционален квадрату расстояния:

$$\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{m_2 - m_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2},$$

где R_1 – расстояние между Землёй и Солнцем, R_2 – искомое расстояние (4 балла).

$$R_2 = R_1 \sqrt{2,512^{m_2 - m_1}} = 1 \text{ а.е.} \cdot \sqrt{2,512^{16,8}} = 2290 \text{ а.е.}$$

или $3,4 \cdot 10^{11} \text{ км}$ (2 балла).

6. На какое минимальное расстояние приближается к Солнцу астероид (11480) Великий Устюг, открытый 7 сентября 1986 года в крымской обсерватории, если период его обращения вокруг Солнца 3,285 года, а расстояние в афелии составляет 2,589 а.е.

Возможное решение

Минимальное расстояние будет, когда астероид в перигелии своей орбиты.

1. Вычислим большую полуось a орбиты астероида (из III закона Кеплера):

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}. \text{ В формуле индекс 1 соответствует Земле, а индекс 2 – астероиду.}$$

Учитывая период обращения Земли и большую полуось земной орбиты, выразим $a = \sqrt[3]{T^2} = 2,209 \text{ а.е.}$ (3 балла).

2. Т. к. расстояние в афелии $Q = a(1+e)$, то эксцентриситет орбиты составит $e = \frac{Q - a}{a} = 0,172$ (3 балла).

3. Расстояние в перигелии: $q = a(1 - e) = 2,209(1 - 0,172) = 1,83 \text{ а.е.}$ (2 балла).

Муниципальным предметно-методическим комиссиям рекомендуется оценивать выполнение заданий следующим образом:

- 0 баллов – решение отсутствует, или абсолютно некорректно, или в нём допущена грубая астрономическая или физическая ошибка;
- 1 балл – правильно угаданный бинарный ответ (да/нет) без обоснования;
- 1–2 балла – попытка решения не принесла существенных продвижений, однако приведены содержательные астрономические или физические соображения, которые можно использовать при решении данного задания;
- 2–3 балла – правильно угадан сложный ответ без обоснования или с неверным обоснованием;
- 3–6 баллов – задание частично решено;
- 5–7 баллов – задание решено полностью с некоторыми недочётами;
- 8 баллов – полностью решённая задача.

Максимальный балл – 48 баллов.