

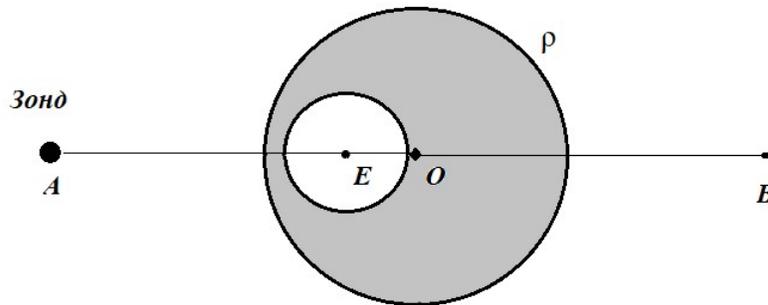
**Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии**

11 класс, 2024/2025 учебный год  
Длительность 3 часа.      Максимум 50 баллов.



**Задача 1. Полость в астероиде (8 баллов)**

Ученые обнаружили небольшой сферический астероид с внутренней сферической полостью. По всему астероиду, не считая полости, вещество распределено равномерно и имеет плотность  $\rho$ . Радиус астероида  $R$ , радиус полости  $r$ . При облете астероида космический зонд, находясь прямо над полостью в т. А (см. рисунок), измерил ускорение свободного падения на расстоянии  $L$  от центра астероида ( $AO = L$ ) и получил значение  $g$ . Найдите расстояние от центра полости до центра астероида (расстояние  $OE$ ). Какое значение  $g_2$  измерит зонд, оказавшись в т. В, противоположной т. А ( $OA = OB$ )?



**Возможное решение:**

Пусть масса зонда  $m$ , масса астероида  $M$ , искомое расстояние  $x$ , сила притяжения астероида  $F$ . Тогда  $F = mg$ . (0,5 балла)

Если бы астероид был сплошным шаром с массой  $M_0$ , то он действовал бы на зонд с силой (1 балл):

$$F_0 = G \frac{mM_0}{L^2}.$$

При этом вещество, которым была бы заполнена полость, действовало бы на зонд с силой (1 балл):

$$F_1 = G \frac{mM_1}{(L - x)^2}.$$

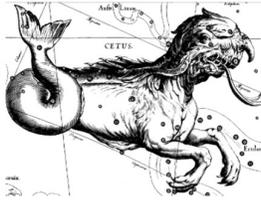
Здесь  $M_0 = 4\pi\rho R^3/3$ ,  $M_1 = 4\pi\rho r^3/3$  (0,5 балла).

Так как  $F_0 = F_1 + F$  (1 балл), то

$$mg = G \frac{m}{3L^2} 4\pi\rho R^3 - G \frac{m}{3(L - x)^2} 4\pi\rho r^3.$$

Отсюда (1,5 балла):

$$x = L - \sqrt{\frac{r^3}{\left(\frac{R^3}{L^2} - \frac{3g}{4\pi\rho G}\right)}}.$$



Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии

11 класс, 2024/2025 учебный год  
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



Ответим теперь на второй вопрос. Если зонд будет на том же расстоянии от центра с другой стороны, то на него будет действовать другая сила  $F_2 = mg_2$ . Причем  $F_0 = F_{11} + F_2$ , где  $F_{11}$  – это сила, с которой действовало бы на зонд в т. В вещество в полости, если бы полость была заполнена. Значит **(1 балл)**:

$$F_{11} = G \frac{mM_1}{(L+x)^2}.$$

Тогда  $mg_2 = F_0 - F_{11}$  и получим **(1,5 балла)**:

$$g_2 = G \frac{4\pi\rho R^3}{3L^2} - G \frac{4\pi\rho r^3}{3(L+x)^2} = \frac{4\pi\rho G}{3} \left( \frac{R^3}{L^2} - \frac{r^3}{(L+x)^2} \right).$$

Подставлять значение  $x$ , найденное ранее, не обязательно.

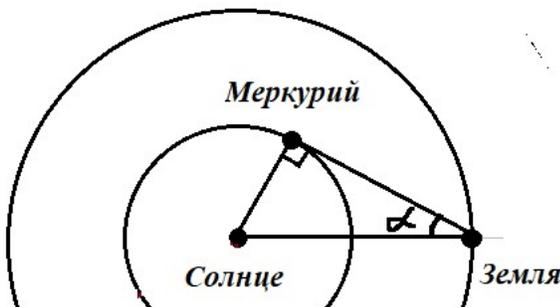
**Указание:** участник может решать задачу альтернативными методами. В этом случае баллы ставятся исходя из сопоставления соответствующих этапов решений.

**Задача 2. Про планеты (8 баллов).**

Определите по информации из справочных данных минимальное и максимальное возможные значения наибольшей элонгации Меркурия. Наклонением орбиты Меркурия к плоскости эклиптики пренебречь.

**Возможное решение:**

Поскольку речь идет о наибольшей элонгации, а Меркурий – планета внутренняя, то требуемое в задаче достигается в случае определенных конфигураций Меркурий, т.е. в восточной либо западной элонгации **(1 балл)**. Изобразим положение объектов на рисунке **(1 балл за верный рисунок)**.

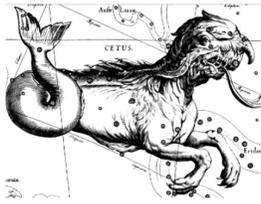


При таких конфигурациях если смотреть из центра Меркурия, то угол между направлениями на Землю и на Солнце будет равен  $90^\circ$ . Поэтому **(2 балла)**:

$$\sin\alpha = \frac{r_M}{r_3}, \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{r_M}{r_3}\right).$$

Здесь  $\alpha$  – наибольшая элонгация,  $r_M$  – расстояние от центра Солнца до центра Меркурия,  $r_3$  – расстояние от центра Солнца до центра Земли. Значение угла может получиться разным из-за того, что орбита Земли и орбита Меркурия не строго круговые.

Угол  $\alpha$  будет принимать максимальное значение, когда в числителе величина будет максимально возможная, а в знаменателе – минимально возможная. Т.е. Меркурий должен быть в афелии своей орбиты, а Земля – в перигелии **(2 балла за формулу и результат)**.



**Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии**

11 класс, 2024/2025 учебный год  
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



$$\alpha_{max} = \arcsin\left(\frac{a_M(1 + e_M)}{a_3(1 - e_3)}\right) = \arcsin\left(\frac{0,3871 \cdot (1 + 0,2056)}{(1 - 0,0167)}\right) = 28,33^\circ.$$

Угол  $\alpha$  будет принимать минимальное значение, когда в числителе величина будет минимально возможная, а в знаменателе – максимально возможная. Т.е. Меркурий должен быть в перигелии своей орбиты, а Земля – в афелии (**2 балла за формулу и результат**).

$$\alpha_{min} = \arcsin\left(\frac{a_M(1 - e_M)}{a_3(1 + e_3)}\right) = \arcsin\left(\frac{0,3871 \cdot (1 - 0,2056)}{(1 + 0,0167)}\right) = 17,61^\circ.$$

**Задача 3. Звезда Барнарда (8 баллов).**

Одна из ближайших к Солнечной системе звезд – звезда Барнарда – достаточно быстро перемещается по небесной сфере. Годичный параллакс звезды  $0,547''$ , собственное движение  $10,35''$  в год, а при спектральном анализе ее излучения было обнаружено, что линия с длиной волны  $600$  нм смещена в фиолетовую сторону на  $0,222$  нм. 1) Чему равна пространственная скорость звезды? 2) Под каким углом к лучу зрения она направлена? 3) Чему равно минимальное расстояние от звезды Барнарда до Солнца в процессе движения звезды? 4) Через какое время звезда окажется на минимальном расстоянии от Солнца? Считайте, что звезда Барнарда движется с постоянной пространственной скоростью.

**Возможное решение:**

Пространственная скорость звезды имеет две компоненты – тангенциальную и лучевую. Тангенциальная скорость определяется по формуле (**1 балл**):

$$v_t = 4,74 \frac{\mu}{\pi},$$

где  $\mu = 10,35''$ ,  $\pi = 0,547''$ . Поэтому

$$v_t = 4,74 \frac{10,35''}{0,547''} = 89,7 \text{ км/с.}$$

Лучевая скорость звезды определяется по формуле (**1 балл**):

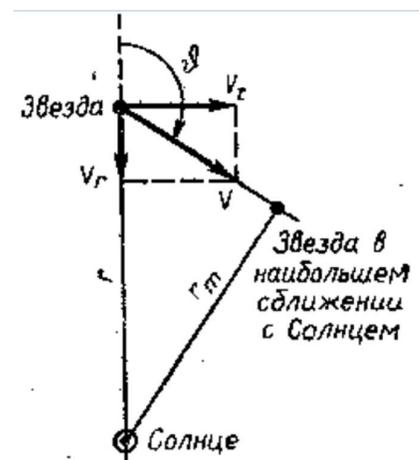
$$v_l = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda},$$

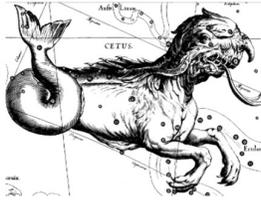
где  $\Delta\lambda = 0,222$  нм,  $\lambda = 600$  нм,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

Так как линия смещена в фиолетовую сторону, то звезда к нам приближается. Вычислим:

$$v_l = 3 \cdot 10^8 \frac{0,222}{600} = 111\,000 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 111 \text{ км/с.}$$

Определим по теореме Пифагора пространственную скорость звезды (**1 балл за формулу + 1 балл за верный численный ответ; промежуточные вычисления компонент скорости не обязательны**):





Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии

11 класс, 2024/2025 учебный год  
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



$$v = \sqrt{v_{\tau}^2 + v_{\pi}^2} = 142,7 \text{ км/с.}$$

Определим острый угол между лучом зрения и пространственной скоростью (**1 балл** – 0,5 балла за формулу + 0,5 балла за вычисление угла):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{\tau}}{v_{\pi}} = 0,8081, \Rightarrow \alpha \approx 39^{\circ}.$$

В рассматриваемый момент звезда Барнарда находится на расстоянии  $r = 1/\pi = 1,828$  пк (**1 балл**, вычисления не обязательны, участник может решать задачу в общем виде).

В момент наибольшего сближения скорость звезды будет направлена перпендикулярна лучу зрения (см. рисунок), поэтому  $r_m = r \cdot \sin(\alpha) = 1,15$  пк.

Для того, чтобы оказаться на таком расстоянии от Солнца, звезда должна пройти расстояние (**1 балл**):

$$l = \sqrt{r^2 - r_m^2} = 1,42 \text{ пк} = 43,85 \cdot 10^{12} \text{ км.}$$

На это звезде потребуется (**1 балл**):

$$t = l/v = 30,73 \cdot 10^{10} \text{ с} = 9,7 \text{ тыс. лет.}$$

**Указание:** в случае ошибки в вычислениях при верной формуле за соответствующий пункт ставится половина баллов, если в разбалловке по пункту не указано иное.

#### Задача 4. Радиус звезды (8 баллов).

Звезда Денеб имеет видимую звездную величину  $1,21^m$  и годичный параллакс  $0.0021''$ . Спектральные наблюдения определили температуру фотосферы звезды  $8500 \text{ К}$  градусов.

1) Определите абсолютную звездную величину Денеба и его светимость. 2) Определите радиус звезды, считая ее абсолютно черным телом.

#### Возможное решение:

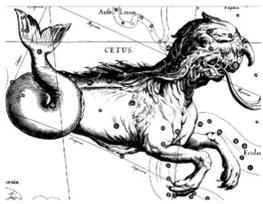
1) В справочных данных дана светимость Солнца. Определим, во сколько раз Денеб превосходит Солнце по светимости. Для этого необходимо обе звезды расположить на одинаковом расстоянии и сравнить получаемые от них потоки энергии. Так как нам надо найти еще и абсолютную звездную величину Денеба, то расположим обе звезды на расстоянии  $10$  пк.

$$M_{\text{д}} = m + 5 - 5 \lg(r) = m + 5 + 5 \lg(\pi) = 1,21 + 5 + 5 \lg(0,0021) = -7,18^m.$$

(**2 балла** за формулу с  $\pi$  (либо **1 балл** за формулу с  $r$  + **1 балл** за формулу связи  $r$  и  $\pi$ ) + **1 балл** за получение численного значения).

Если участник указывает абсолютную звездную величину из  $-6,9^m$ , то это повод **аннулировать работу**, так как это означает, что участник имеет возможность пользоваться другими источниками данных, кроме разрешенных.

Из справочных данных известно, что абсолютная звездная величина Солнца  $M_0 = +4,72^m$ .



Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии

11 класс, 2024/2025 учебный год  
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



Запишем закон Погсона, чтобы сравнить получаемые потоки от Денеба и от Солнца:

$$\frac{L_D}{L_0} = 10^{0,4(M_0 - M_D)} = 10^{0,4(4,72 + 7,18)} = 57\,544 \text{ раза.}$$

Таким образом,  $L_D = 57\,544 L_0 = 2,23 \cdot 10^{31}$  Вт.

(2 балла за формулу + 1 балл за получение численного значения).

2) Если считать звезду абсолютно черным телом, то  $L_D = \sigma T^4 S = 4\pi R^2 \sigma T^4$  (1 балл). Тогда:

$$R = \sqrt{\frac{L_D}{4\pi\sigma T^4}} = \sqrt{\frac{2,23 \cdot 10^{31}}{4 \cdot 3,14 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 8500^4}} = 77,5 \cdot 10^9 \text{ м} = 77,5 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

(1 балл за получение верного численного значения  $R$ . С учетом предыдущих округлений результат может отличаться от представленного).

**Задача 5. Кульминация в полночь (8 баллов).**

Определите на какой высоте и в какой день года верхняя кульминация звезды Капелла (склонение  $46^\circ$ , прямое восхождение  $5^{\text{h}}16^{\text{m}}$ ) происходит ровно в полночь по местному времени в Уфе ( $54^\circ 44'$  с.ш.,  $55^\circ 58'$  в.д., часовой пояс UTC +5).

**Возможное решение:**

Сначала нужно определиться с высотой верхней кульминации. Запишем формулу:

$$h = 90 - |\varphi - \delta| = 90^\circ - |54^\circ 44' - 46^\circ| = 90^\circ - 8^\circ 44' = 81^\circ 16'$$

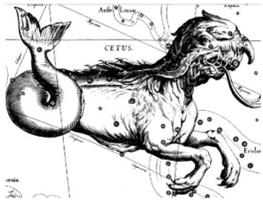
(1 балл за формулу + 1 балл за численный ответ)

Теперь давайте проанализируем, в какой день года это произойдет. Сначала нам нужно определить время, в которое происходит истинная полночь в Уфе. В это же время Солнце находится в нижней кульминации.

1) На Гринвиче полночь наступает в 24 часа по местному времени (0,5 балла).

2) В Уфе полночь наступит раньше на 55 градусов 58 минут в градусной мере, или на 3 часа 43 минуты 52 секунды в часовой мере – это примерно на 3 часа 44 минуты. При этом, разница часовых поясов Уфы и Гринвича равна +5. Поэтому истинная полночь наступит в  $1^{\text{h}}16^{\text{m}}$  по местному уфимскому времени. (1 балл)

3) В истинную полночь Солнце находится в нижней кульминации, а в 24.00 часа местного времени Солнце не дойдет до нижней кульминации часовой угол  $1^{\text{h}}16^{\text{m}}$ . (0,5 балла)



**Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии**



11 класс, 2024/2025 учебный год

Длительность 3 часа.

Максимум 50 баллов.

4) Если бы условие задачи было про истинную полночь, то когда Капелла находилась бы в верхней кульминации, а Солнце было бы в нижней, то прямое восхождение Солнца было бы равно  $\alpha_{\text{капеллы}} + 12^{\text{h}} = 17^{\text{h}}16^{\text{m}}$ . **(1 балл)**

4а) Так как нам нужен момент местной полночи, то Солнце еще не дошло до нижней кульминации, и его прямое восхождение равно  $17^{\text{h}}16^{\text{m}} - 1^{\text{h}}16^{\text{m}} = 16^{\text{h}}$ . **(1 балл)**

5) Определим, в какой день года прямое восхождение среднего Солнца равно  $16^{\text{h}}$ . В день осеннего равноденствия прямое восхождение равно  $12^{\text{h}}$ . В День зимнего солнцестояния -  $18^{\text{h}}$ . **(0,5 балла)**

В модели среднеэкуваториального Солнца прямое восхождение Солнца каждый день меняется примерно на  $59$  угловых минут или  $3^{\text{m}}56^{\text{s}}$ . Разница в  $4$  часа набегит за  $61$  день. **(1 балл)**

6) Следовательно:  $23.09 + 61 = 84.09 = 54.10 = 23.11$ . Дата 23 ноября. **(0,5 балла)**

**Задача 6. Работа с картой (10 баллов).**

Вам предоставлена карта звездного неба, на которой обозначены Солнце, Венера, Марс и Юпитер. По данной карте определите:

- 1) Дату события.
- 2) Конфигурации, в которых находятся планеты.
- 3) Расстояние от Земли до Марса, Юпитера и Венеры.
- 4) Расстояние от Марса до Юпитера.

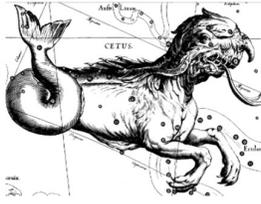
*При необходимости этот лист с построениями и пометками можно сдать вместе с работой.*

**Возможное решение:**

Заметим, что Солнце на карте находится около даты 21-22 декабря, т.е. рядом с Днем зимнего равноденствия **(1 балл)**. Поэтому Солнце находится в этой точке.

Юпитер же тогда располагается в точке летнего солнцестояния, то есть находится в противостоянии относительно Земли. **(1 балл)**

Марс находится в точке весеннего равноденствия **(1 балл)**. Так как при наблюдении с Северного полюса эклиптики прямое восхождение отсчитывается против часовой стрелки, то мы можем определить, что Марс находится в восточной квадратуре (по карте угол Марс-полюс мира-Солнце составляет  $90$  градусов). Это можно понять также из тех



Муниципальный этап  
Всероссийской олимпиады школьников  
по астрономии

11 класс, 2024/2025 учебный год  
Длительность 3 часа. Максимум 50 баллов.



соображений, что Солнце придет в точку, где сейчас находится Марс, через четверть года. То есть Марс опережает Солнца и находится в восточной квадратуре (**2 балла**).

Венера расположена по другую сторону от Солнца, и угол Венера-полнос мира-Солнце составляет примерно 47 градусов, значит, Венера расположена в западной элонгации (**1 балл**).

Теперь, зная конфигурации планет, мы можем найти расстояния между ними. Большие полуоси планет обозначим как  $a$ , индексы планет Земли, Юпитера, Марса и Венеры обозначим, соответственно, как  $з$ ,  $ю$ ,  $м$  и  $в$ .

Юпитер и Земля находятся на одной линии, поэтому расстояние между будет равно разности их больших полуосей (**1 балл**):

$$r_{ю} = a_{ю} - a_{з} = 4.2 \text{ а. е.}$$

Расстояние между Венерой и Землей можем найти по теореме Пифагора, где гипотенуза - большая полуось Земли, а один из катетов - большая полуось Венеры (**1 балл**):

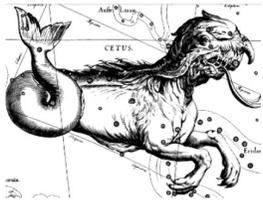
$$r_{в} = \sqrt{a_{з}^2 - a_{в}^2} = 0.7 \text{ а. е.}$$

Аналогично можем найти расстояние между Землей и Марсом (гипотенуза - большая полуось Марса, катет - большая полуось Земли) (**1 балл**):

$$r_{м} = \sqrt{a_{м}^2 - a_{з}^2} = 1.14 \text{ а. е.}$$

Расстояние между Марсом и Юпитером можно найти из прямоугольного треугольника, где два катета это расстояние между Землей и Марсом (1.14 а.е.) и Землей и Юпитером (4.2 а.е.), а гипотенуза – искомая величина. Определим ее по теореме Пифагора (**1 балл**):

$$r_{мю} = \sqrt{r_{м}^2 + r_{ю}^2} = 4.35 \text{ а. е.}$$



# Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по астрономии

11 класс, 2024/2025 учебный год

Длительность 3 часа.

Максимум 50 баллов.



## ПОДВИЖНАЯ КАРТА ЗВЕЗДНОГО НЕБА

