
11 класс, критерии оценивания

1. 23 июня 2015 года «Марс Одиссей» совершил юбилейный, 60000-й виток на околомарсианской орбите. За это время он пролетел по ней 1.43 миллиарда километров и стал самым долгодействующим космическим аппаратом из отправленных к Марсу. Определите год выхода аппарата на орбиту вокруг Марса, считая орбиту круговой. Масса Марса равна $6.4 \cdot 10^{23}$ кг.

Решение:

Определим длину каждого витка в километрах. Поделим общую длину пути на количество витков:

$$L = \frac{1.43 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^4} = 2.4 \cdot 10^4 \text{ км.}$$

Поскольку мы считаем орбиту круговой, то ее длина связана с радиусом как $L = 2\pi R \approx 6.3R$. Тогда радиус будет равен

$$R = 2.4 \cdot 10^4 / 6.3 = 3.8 \cdot 10^3 \text{ км.}$$

Оценим период обращения космического аппарата по третьему закону Кеплера:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 7.1 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

Тогда 60000 оборотов займут время, равное

$$t = 6 \cdot 10^4 \cdot 7.1 \cdot 10^3 \text{ с} = 4.3 \cdot 10^8 \text{ с.}$$

В одном году число секунд равно $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \approx 3.2 \cdot 10^7$. Тогда обороты заняли число лет, равное

$$N = \frac{4.3 \cdot 10^8}{3.2 \cdot 10^7} \approx 14.$$

Следовательно, на орбиту аппарат вышел примерно в 2001 году. В действительности выход на орбиту произошел в конце 2001 года.

Комментарии к оцениванию:

Вычисление радиуса орбиты — 2 балла. Вычисление периода обращения аппарата вокруг Марса — 3 балла. Вычисление или знание количества секунд в году — 2 балла. Получение правильного итогового ответа — 1 балл (вследствие округлений при промежуточных вычислениях ответ может отличаться на ± 1 год от правильного, ошибкой это не считается).

2. Известно, что в спектре солнечного пятна длина волны, соответствующая максимуму излучения, попадает в инфракрасный диапазон. Исходя из этого, оцените максимально возможную температуру такого пятна, считая его излучение чернотельным.

Решение:

Фотосфера Солнца в целом имеет температуру около $5.8 \cdot 10^3$ К, при этом максимум излучения оказывается на длине волны 550 нм. Если максимум в спектре излучения

самого горячего возможного пятна приходится на границу инфракрасного и видимого диапазона (примем ее равной 740 нм), то в соответствии с законом смещения Вина температура пятна должна быть во столько же раз меньше, во сколько раз длина волны, соответствующая максимуму излучения, больше. Отсюда

$$T_{\text{пятна}} = 5.8 \cdot 10^3 \frac{550}{740} \approx 4.3 \cdot 10^3 \text{ К},$$

это и будет максимально возможной температурой пятна.

Комментарии к оцениванию:

Знание температуры Солнца — 1 балл (допустимы значения в диапазоне $(5.5 \div 6.0) \cdot 10^3 \text{ К}$). Явная формулировка или правильное использование закона Вина — 2 балла. Знание или вычисление длины волны, соответствующей максимуму в спектре Солнца — 2 балла (допустима погрешность $\pm 100 \text{ нм}$). Знание длины волны, соответствующей границе инфракрасного диапазона — 2 балла (допустимы значения от 700 нм до 800 нм). Вычисление правильного (с учетом принятых на предыдущих этапах значений параметров) результата — 1 балл.

3. α Центавра имеет лучевую скорость, равную -22 км/с , ее собственное движение $3''.6/\text{год}$. Расстояние до звезды от Солнца сейчас составляет 1.3 пк. Определите, на какое минимальное расстояние в будущем приблизится α Центавра к Солнечной системе.

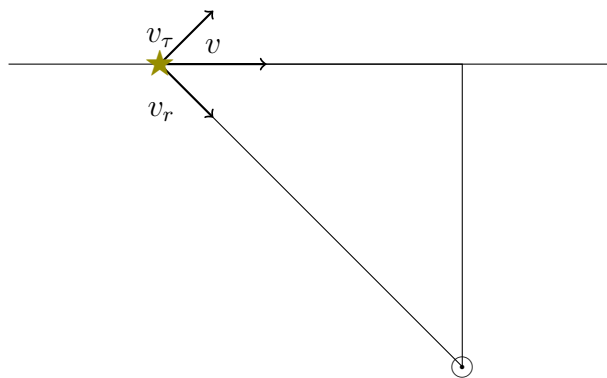
Решение:

Вычислим тангенциальную скорость звезды:

$$v_{\tau} = \mu r = 3.6 \cdot 1.3 \cdot 4.74 \approx 22 \text{ км/с},$$

тут μ — собственное движение в угловых секундах в год, r — расстояние в парсеках, 4.74 — пересчетный коэффициент, позволяющий перевести скорость из а.е./год (в этих единицах она получится при использовании указанных ранее единиц собственного движения и расстояния) в км/с.

Обнаруживаем, что лучевая и тангенциальная скорости звезды по модулю совпадают, а это означает, что звезда движется под углом 45° к лучу зрения.



Тогда минимальное расстояние — это длина стороны квадрата, диагональ которого равна современному расстоянию. Тем самым оно будет равно современному, деленному на $\sqrt{2}$, и окажется равным $1.3/\sqrt{2} \approx 0.92 \text{ пк}$.

Комментарии к оцениванию:

Вычисление тангенциальной скорости звезды в каких-либо единицах — 3 балла. Перевод ее в км/с (или лучевой скорости в а.е./год, что также возможно) — 2 балла. Вычисление или формулировка из геометрических соображений итогового ответа — 3 балла (достаточно получить ответ с одной значащей цифрой).

4. Некоторое шаровое скопление состоит из звёзд, похожих на Солнце. Масса скопления составляет $2 \cdot 10^{36}$ кг. Определите расстояние до скопления, если его видимая звёздная величина равна 5^m .

Решение:

Масса Солнца $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг, и поскольку звезды скопления похожи на Солнце (в том числе и по массе), то скопление состоит из 10^6 звезд.

Абсолютная звёздная величина Солнца $M_\odot = 5^m$. Известно, что изменение звездной величины на 5^m соответствует изменению светимости в 100 раз. Соответственно, изменение в 10^6 раз соответствует изменению на 15^m . Отсюда мы получаем, что абсолютная звёздная величина скопления $M = -10^m$.

Известно, что $M = m + 5 - 5 \lg r$, где m – видимая звёздная величина скопления, а r – расстояние до него в парсеках. Отсюда получаем, что $-10 = 5 + 5 - 5 \lg r$ и $\lg r = 4$, т.е. расстояние до скопления $r = 10^4$ пк.

Комментарии к оцениванию:

Знание или оценка из каких-либо соображений (например, по величине 1 а.е. и продолжительности года) массы Солнца — 2 балла. Определение числа звезд в скоплении — 1 балл. Знание абсолютной звездной величины Солнца — 1 балл. Вычисление абсолютной звездной величины скопления — 2 балла. Определение расстояния до скопления — 2 балла.

5. Определите эффективную температуру звезды, если её угловой радиус составляет $0''.0002$, видимая звёздная величина равна 8^m , а расстояние до нее 10^2 пк.

Решение:

Вычислим линейный радиус звезды $R = \alpha r = 0.0002 \cdot 10^2 = 0.02$ а.е. $\approx 4 R_\odot$.

Ее абсолютная звёздная величина

$$M = m - 5 \lg r + 5 = 3^m.$$

Отсюда, поскольку абсолютная звездная величина Солнца равна $+5^m$, найдем светимость звезды

$$L = 10^{0.4 \cdot \Delta M} L_\odot = 10^{0.4 \cdot 2} L_\odot \approx 6 L_\odot.$$

Воспользуемся соотношением между светимостью, радиусом и температурой в виде

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2}{R_\odot^2} \cdot \frac{T^4}{T_\odot^4},$$

откуда

$$\frac{T^4}{T_\odot^4} = \frac{6}{4^2}$$

и, учитывая, что $T_\odot \approx 6 \cdot 10^3$ К, получаем итоговый ответ:

$$T \approx 0.8 T_\odot \approx 4.8 \cdot 10^3 \text{ К}.$$

Комментарии к оцениванию:

Знание радиуса, температуры и абсолютной звездной величины Солнца — по 1 баллу за каждое значение. Вычисление линейного радиуса звезды — 1 балл. Вычисление светимости звезды — 2 балла. Вычисление температуры звезды — 2 балла.

Промежуточные численные значения участник может явно не вычислять, соответствующие этапы засчитываются полностью и в том случае, если последующие действия привели к правильным результатам. В частности, идейно правильное, но чисто «формульное» решение, в котором три параметра Солнца остались неизвестными, оценивается 5 баллами.